# Das Problem der Rotation in der Allgemeinen Relativitätstheorie

Lars Rosenberger

mit einem Vorwort von David E. Rowe

On the Early Reception of Einstein's General Theory of Relativity
Introductory Remarks on the Studies
by Gunter Kohl, Stefan Röhle and Lars Rosenberger

David E. Rowe

The Einstein centennial celebrations in 1979 gave scholars from several different disciplines the opportunity to reflect on the man, his achievements, and his influence on twentieth-century thought.[1] Few who took part in the events of that year, however, were likely to have imagined that during the decades following Einstein studies would surge forward at an unprecedented pace. Since 1979 a wealth of new source material has been brought to light, most notably in the first eight volumes of the *Collected Papers of Albert Einstein* (*CPAE*). Alongside these volumes several historical studies on the general theory of relativity have also appeared, and GRT has been the subject of numerous books, journal articles, and papers published in the volumes of *Einstein Studies*. The Max-Planck-Institut für Wissenschaftsgeschichte has played a major role in promoting historical research on Einstein and relativity theory. Many leading experts have participated in on-going projects sponsored by the MPI, a major focus of which has been Einstein's long, excruciating journey leading up to his presentation of a generally covariant theory of gravitation in 1916.[2] In the context of this principal endeavor, the MPI-Preprint Series has presented several important studies related to general relativity.[3]

Einstein's own contributions to general relativity from the period 1918 to 1921 are now easily accessible through the recently published seventh volume of the *CPAE*. This opens with his second, definitive paper on gravitational waves, and ends with the published version of his Princeton lectures from May 1921. In contrast with Volume 6, which contains Einstein's foundational papers on general relativity from 1914 to 1917, the writings in Volume 7 reveal that by 1918 he was no longer working in virtual isolation, a circumstance he had often complained about up until the very end of 1915. In the course of just two years this situation had changed dramatically. Indeed, by 1918 most of Einstein's contributions to general relativity were written, at least in part, as responses to the work of others, including David Hilbert, H. A. Lorentz, Hermann Weyl, Erwin Schrödinger, Erich Kretschmann, Tullio Levi-Civita, and Felix Klein. Both the writings in volume 7 as well as Einstein's correspondence from this period reflect a major shift in the early reception of general relativity. Thus, well before its public triumph in November 1919 as a result of the British

---

[1] The most ambitious of these was the Jerusalem Einstein Centennial Symposium, which led to the collection of essays *Albert Einstein, Historical and Cultural Perspectives*, ed. Gerald Holton and Yehuda Elkana, Princeton: Princeton University Press, 1982.

[2] The results will appear in Jürgen Renn, Tilman Sauer, Michel Janssen, John Norton, John Stachel, *The Genesis of General Relativity: Documents and Interpretation*. Vol. 1. *General Relativity in the Making: Einstein's Zurich Notebook.* Dordrecht: Kluwer. Earlier studies by those in the Berlin group include John Norton, ''How Einstein Found his Field Equations, 1912–1915,'' *Historical Studies in the Physical Sciences* 14 (1984): 253–316; reprinted in Don Howard and John Stachel, eds. *Einstein and the History of General Relativity*, Einstein Studies, Vol. 1 (Boston: Birkhäuser, 1989), pp. 101–159; John Stachel, ''Einstein's Search for General Covariance, 1912–1915,'' in *ES*, Vol. 1, pp. 62–100; Michel Janssen, ''Rotation as the Nemesis of Einstein's Entwurf Theory,'' in Hubert Goenner, et al., eds., *The Expanding Worlds of General Relativity*, *ES*, Vol. 7 (Boston: Birkhäuser, 1999), pp. 127–157.

[3] Among these MPI-preprints, five are particularly relevant for the three studies by Kohl, Rosenberger, and Röhle: Jürgen Renn, *The Third Way to General Relativity*, no. 9; Leo Corry, *Hilbert and Physics (1900-1915)*, no. 43; Jürgen Renn and Tilman Sauer, *Heuristics and Mathematical Representation in Einstein's Search for a Gravitational Field Equation*, no. 62; Jürgen Renn and John Stachel, *Hilbert's Foundation of Physics: From a Theory of Everything to a Constituent of General Relativity*, no. 118; Catherine Goldstein and Jim Ritter, *The Varieties of Unity: Sounding Unified Theories, 1920-1930*, no. 149.

eclipse expeditions, GRT had begun to attract the attention of leading theoretical physicists, astronomers, and mathematicians.

The trio of studies by Gunter Kohl, Lars Rosenberger, and Stefan Röhle on the early reception and development of general relativity was undertaken as part of a research project at Mainz University. These investigations offer several new perspectives on this complex process by exploring Einstein's interactions with three key contributors and critics, namely Gustav Mie, Hans Thirring, and Willem de Sitter. Although all three were deeply influenced by Einstein's new approach to gravitation, their diverse, sometimes ambivalent responses to his foundational assumptions reveal some of the many shades of divergent interpretation found even among proponents of a generalized theory of relativity. Drawing on the wealth of new sources now available, the authors show how these three friendly interlocutors struggled with major problems at the interface between the physical, mathematical, and epistemological components of Einstein's theory. Some of these critical difficulties were inherent in Einstein's earliest attempts to frame a generally covariant theory of gravitation; others emerged only later, as general relativity continued to be developed, revised, and applied to astronomy and cosmology. Through their interactions with Einstein, Mie, Thirring, and de Sitter helped elucidate some of GRT's central conceptual and technical problems, and it is this common thread in the studies by Kohl, Rosenberger, and Röhle that I would like to emphasize here.

-1-

Einstein's fascination with problems of relative motion and their proper interpretation in physics can be traced back to his early interest in the foundations of Lorentzian electrodynamics. One need only recall, for example, the opening discussion in "Zur Elektrodynamik bewegter Körper," where he refers to the electromotive force produced in a coil that moves relative to a bar magnet. In 1905 this phenomenon had two separate interpretations, depending on whether the coil or the magnet was regarded as stationary. Einstein regarded this as an obvious epistemological weakness in the conventional approach to Lorentz's theory.[4] To circumvent similar anomalies connected with an ether-based electromagnetic theory, he proposed the idea of extending the mechanical principle of relativity for inertial frames to all of physics, in particular electrodynamics. This meant replacing the classical Galilean transformations, which retained their significance for velocities much smaller than the speed of light, by the group of Lorentz transformations in which the time variable is no longer independent of the three spatial variables. With one bold stroke, Einstein dispensed with the notion of an ether at rest in absolute space. According to his special theory of relativity, all inertial frames are physically indistinguishable, making absolute motion impossible to detect.

Yet soon after 1905, while pondering the implications of relativity for gravitational phenomena, Einstein reached the startling conclusion that even this radically extended principle of relativity was too restrictive. This realization came in 1907 with the equivalence principle, which he later called the happiest idea of his life. Born of an innocent-looking thought experiment involving free fall in empty space, this principle henceforth served as the cornerstone for all of Einstein's speculations on gravitation, providing the bridge that enabled him to pass from the kinematics of uniformly accelerated frames of motion to their associated homogeneous, static gravitational fields. For Einstein, the equivalence principle carried an even wider implication, namely that gravitational and inertial effects must be treated as indissolubly united. He next focused on rotational motion as the key remaining problem that had to be resolved in order to unite gravitational and inertial forces while generalizing the

[4] In *Electrodynamics from Ampère to Einstein* (Oxford University Press, 2000), Olivier Darrigol has shown that while several physicists were grappling with many of the same issues in electrodynamics, Einstein's work was primarily guided by a deep interest in the epistemological foundations of Lorentz's theory.

principle of relativity. Considerations involving a rotating disc also made Einstein gradually aware of the limitations of rigid body mechanics, as adapted to special relativity by Max Born and Gustav Herglotz. Following Paul Ehrenfest's lead, he realized that the contraction of measuring rods placed along the circumference of such a rigid disk led to a non-Euclidean geometry in the disk's frame of reference.[5] This meant that any rotating frame in gravity-free Minkowski space produced effects on the space-time structure as reflected in its fundamental quadratic differential form, which Einstein later called the metric tensor. The problem of accommodating rotational motion thus led Einstein to a key insight that opened the way to his first generalized theory of relativity, the so-called *Entwurf* theory that he and Marcel Grossmann sketched in 1913.

Einstein's collaboration with Grossmann was the first of his many joint ventures with mathematicians. Indeed, after 1913 he seldom worked on general relativity and/or unified field theories without mathematical assistance. In the case of the *Entwurf* theory, Einstein and Grossmann adopted a clear-cut division of labor, with Einstein presenting the physical arguments and Grossmann the mathematical apparatus in their two-part article. In their study of Einstein's Zurich Notebook, Jürgen Renn and Tilman Sauer have emphasized how Einstein designed his original theory of gravitation with a number of built-in features which Renn and Sauer analyze in terms of key heuristic principles that propelled his quest forward.[6] Einstein's approach thus differed strikingly from the one later taken by the Göttingen mathematician David Hilbert, who tried to place GRT in a larger field-theoretic setting right from the beginning, while claiming that from an axiomatic standpoint many of its features were pre-determined.[7] Einstein's inspiration for general relativity, which he conceived as a *Prinziptheorie*, was by contrast a novel admixture of physical and formal heuristics.[8] Initially, his physical *Ansätze*--the equivalence principle, energy-momentum conservation, and relativity of inertia—were closely tied to the formal requirement of general covariance, which he interpreted as the precise generalization of the principle of relativity. Yet, as the studies by Kohl, Rosenberger, and Röhle illustrate, Einstein clung tenaciously to his physical precepts while at the same time showing only occasional concern with regard to the oft-changing and problematic status of general covariance within his theory.

If the problem of rotation acted as a catalyst for Einstein's insight that non-inertial motion was linked with the geometry of space-time, he soon leapt to the conclusion that *all* force-free motion should be regarded as relative to a space-time structure conditioned by the presence of matter. Inertial motion, as postulated within Newton's mechanics and generalized by Einstein's principle of special relativity to all of physics, clearly pertained only to those cases where gravitation was either absent or could be neglected. The presence of matter, on the other hand, should lead to a local deformation of the space-time curvature, making almost any kind of motion possible, at least in principle. Since gravitation induces accelerative motion, Einstein thought of accelerating bodies as test particles that register the effects of a

---

[5] See John Stachel, "Einstein and the Rigidly Rotating Disk," in *General Relativity and Gravitation: One Hundred Years after the Birth of Albert* Einstein, vol. 1, pp. 1–15. Alan Held, ed. New York: Plenum, 1980. Reprinted in Don Howard and John Stachel, eds., *Einstein and the History of General Relativity*. Boston: Birkhäuser, 1989, pp. 48–62.

[6] Jürgen Renn and Tilman Sauer, "Heuristics and Mathematical Representation in Einstein's Search for a Gravitational Field Equation," in Hubert Goenner, et al, eds. *The Expanding Worlds of General Relativity*. Boston: Birkhäuser, 1999; see also Jürgen Renn and Tilman Sauer, „Einsteins Züricher Notizbuch. Die Entdeckung der Feldgleichungen der Gravitation im Jahre 1912." *Physikalische Blätter* 52 (1996): 865–872.

[7] As Renn and Stachel have shown, however, Hilbert's original strategic objectives were largely abandoned in 1916 as he became familiar with the underpinnings of Einstein's revised theory (see Renn and Stachel, *Hilbert's Foundation of Physics: From a Theory of Everything to a Constituent of General Relativity*, MPI preprint no. 118). See also, David E. Rowe, "Einstein meets Hilbert: At the Crossroads of Physics and Mathematics," *Physics in Perspective* 3(2001): 379-424.

[8] Einstein described what he meant by a *Prinziptheorie* in "Was ist die Relativitätstheorie?" Doc. 24, *CPAE*, vol. 7.

gravitational field. If the gravito-inertial properties of matter are indeed conditioned dynamically, as he believed, then all force-free motion could be regarded as in some sense relative. It would then be natural to assume that a mass point would move along a geodesic in a four-dimensional space-time manifold. Still, generalizing the principle of relativity so as to allow for all the myriad types of motion possible clearly posed a problem of staggering proportions.

To what extent such a geometrized physical model entered Einstein's mind in 1912-1913 remains unclear, but he presumably posed considerations such as these to his friend Marcel Grossmann. The latter's main claim to fame, of course, stems from having recognized that Ricci's absolute differential calculus was ideally suited to the task at hand. Grossmann recognized that the mathematical operations of the Ricci calculus generalized those of vector analysis while preserving the character of generally covariant expressions, dubbed tensors by Einstein and Grossmann. These entities transform properly under arbitrary coordinate transformations, and hence retain their underlying form in any coordinate system. For Einstein and Grossmann, this suggested the possibility of pursuing a new field-theoretic approach to gravitation and inertia by generalizing the formalism that Hermann Minkowski, Arnold Sommerfeld, and Max Laue had developed for special relativity.

Although the framework of SRT retained its validity for electromagnetism, Einstein believed it could not be applied directly to account for gravitational phenomena. Special relativity left the *a priori* Euclidean character of space intact, and this Einstein found deeply dissatisfying epistemologically. Thus, when Gunnar Nordström succeeded in setting forth a Lorentz-covariant scalar theory of gravitation that was both simpler and more natural than the *Entwurf* theory, Einstein privately dismissed it, noting that it was ‘‘built on the aprioristic Euclidean four-dimensional space, the belief in which, I feel, is akin to superstition.’’[9] He was convinced that Nordström's theory skirted all the deeper problems concerning space, time, and matter.[10] To tackle these, Einstein proposed to generalize relativity theory in such a way that Newtonian gravitation and special relativity could be derived as limiting cases. At the same time, gravitational forces were to have precisely the same status as the so-called "fictional" forces that arise in non-inertial frames: both were to be seen against the local space-time structure as registered by the fundamental metric tensor. Having banished the absolute ether from Lorentz's theory, Einstein now prepared the way for a new kind of ether physics based on the gravito-inertial field.[11]

-2-

It should be emphasized that prior to 1919, relatively few physicists were prepared to make this bold conceptual leap with Einstein, and even some who recognized the merits of this wedding of gravity and inertia argued against the broad framework Einstein proposed for his theory. One such figure was Gustav Mie. As Gunter Kohl's study shows, Mie voiced such misgivings early on and often. In the discussions that followed Einstein's lecture on recent gravitational theories at the Vienna meeting of German Natural Scientists and Physicians held on 23 September 1913, Mie presented a classic objection to the general principle of relativity:

> Man denke sich, man fahre in einem Eisenbahnwagen, der gegen die Außenwelt abgeschlossen ist. Man wird in den Wagen gerüttelt und

---

[9] Albert Einstein to Erwin Freundlich, 20 January 1914, in Martin J. Klein, et al., eds., *CPAE*, Vol. 5: *The Swiss Years: Correspondence, 1902-1914* (Princeton: Princeton University Press, 1993), p. 594.

[10] In fact, Einstein's criticisms led Nordström to modify his theory. See John Norton, "Einstein, Nordström, and the Early Demise of Lorentz Covariant Scalar Gravitation Theories," *Archive for History of Exact Sciences* 45 (1992–93): 17–94.

[11] After dropping hints of this notion of an ether, Einstein spelled out his speculations in his Leiden Inaugural lecture, "Aether und Relativitätstheorie," delivered in October 1920. Lorentz had urged him to address this theme on that occasion (see Doc. 38, vol. 7, *CPAE* and the accompanying notes).

geschüttelt, und diese Kraftwirkungen, die man an seinem eigenen Körper spürt, pflegt man zu erklären als Trägheitswirkungen, infolge der unregelmäßigen Schwankungen des Wagens. Das allgemeine Relativitätsprinzip in der jetzt zu besprechenden Auffassung würde nun behaupten, dass es möglich sei, ein System gravitierender Massen anzunehmen, das unregelmäßigen Bewegungen um den als ruhend bedachten Eisenbahnwagen herum ausführt und das so auf unsern Körper dieselben Wirkungen hervorruft, die wir für Trägheitswirkungen halten. Eine derartige Fiktion kann mathematisch gelegentlich ganz praktisch sein, wie man z. B. zur Berechnung von Ebbe und Flut fingierte Planeten annimmt, um die sehr schwierig zu berechnenden Trägheitswirkungen dadurch zu ersetzen, aber keinem Physiker wird es einfallen, diese fingierten Planeten für wirklichen existierende Körper zu halten. Ebenso wenig wird man die Trägheitswirkungen in dem Eisenbahnwagen physikalisch als Wirkungen gravitierender Massen deuten können, das würde zu Widersprüchen mit den Prinzipien der physikalischen Forschung überhaupt führen. Ich glaube also, dass die hier besprochene Auffassung des verallgemeinerten Relativitätsprinzips keinen physikalisch Sinn hat.[12]

As Kohl points out, Einstein was apparently unable to refute this criticism convincingly. In a footnote added to the protocol of the discussions, Einstein merely remarked that his theory did not fulfill the principle of relativity in this most general sense. On the contrary, he asserted that the conservation laws lead to a far-reaching specialization of the allowable reference systems, as he had indicated already in his lecture.[13] Such remarks reveal how vulnerable the *Entwurf* theory was to Mie's attack on the principle of general covariance.

Among the various criticisms Mie later leveled at the Einstein-Grossmann theory, the most serious involved its limited covariance about which Mie wrote: "Die Verallgemeinerung des Relativitätsprinzips, die in der Einsteinschen Arbeit erreicht worden ist, bezieht sich auf lineare Transformationen, hat also mit beschleunigten Bewegungen gar nichts zu tun."[14] Although this claim was clearly exaggerated, Mie nevertheless put his finger on a key problem: Einstein's attempt to generalize relativity by extending the equivalence principle to arbitrary motions seemed to raise insuperable difficulties. Indeed, many subsequent observers emphasized the striking differences between the case of uniform acceleration, as treated by the equivalence principle, and more complicated motions, beginning with the case of uniform rotation. Mie's thought experiment with the bumpy train-car ride thus cut to the heart of what would long remain a major point of contention within the German physics community. Indeed, the passage quoted above bears a striking resemblance to the train-crash query Philipp Lenard later addressed to Einstein in their infamous debate at the 1920 Bad Nauheim *Naturforscher* meeting.[15] Gustav Mie also spoke on that occasion, and Lenard later wrote that he found Mie's remarks the only novel contributions to the general discussion.[16] As an outspoken anti-relativist, Lenard subsequently waged a losing battle against the "Einstein clique" that took on ugly political overtones. Yet even Hermann Weyl, a strong pro-relativist who wrote an extensive commentary on the Bad Nauheim debates, was forced to conclude that Einstein's response to

[12] Doc. 18, *CPAE*, vol. 4, p. 507.
[13]*Ibid.*; see Kohl, section 4.2.2
[14] Gustav Mie, "Bemerkungen zu der Einsteinschen Gravitationstheorie. II," *Physikalische Zeitschrift* 15(1914): 169-176, p. 176.
[15] See Doc. 46, *CPAE*, vol. 7 and the editorial note "Einstein's Encounters with German Anti-Relativists" preceding Doc. 14.
[16] Philipp Lenard, *Über Relativitätsprinzip, Äther, Gravitation*,. Leipzig: Hirzel, 1921, p. 39.

Lenard's main point was inadequate.[17] In chapter 4 of his study, Gunter Kohl traces a whole series of ongoing debates between Einstein and Mie over related issues.

On the positive side, Mie's criticisms brought the issue of preferred coordinate systems into the open. Following his encounter with Einstein in Vienna, Mie noted that a mathematical proof of the impossibility of finding generally covariant solutions of the gravitational field equations would be of interest. This may have given Einstein further inducement to publish his argument in support of this claim, which he had announced in a footnote appended to his Vienna lecture.[18] What Einstein meant by this was spelled out in his reply to Mie, which contained his first sketch of the ill-famed hole argument. This purported to show that the metric tensor $g_{\mu\nu}$ cannot be fully and uniquely determined by the matter tensor $T_{\mu\nu}$ if certain simple coordinate transformations are allowed, namely ones that remain fixed except possibly for points where $T_{\mu\nu}$ vanish, as for example in a "hole" of the physical system. In this context, the demand that $T_{\mu\nu}$ should completely determine $g_{\mu\nu}$ was, for Einstein, apparently a formal mathematical requirement that physicists typically placed on any system of differential equations. Viewing the tensor $T_{\mu\nu}$ as given, Einstein insisted that this data alone sufficed to determine the space-time structure, which meant that the field equations must have a unique solution for $g_{\mu\nu}$. It appears that Einstein only began to doubt the soundness of this argument after he had actually produced generally covariant field equations in November 1915.[19]

Ironically, Einstein later reinterpreted the demand that $T_{\mu\nu}$ fully determines $g_{\mu\nu}$ in a far more physical way, dubbing this notion "Mach's principle." This amounted to serving old wine in new bottles that could encapsulate the idea that the global properties of matter determined local inertial properties.[20] But Einstein had another good reason to reformulate the foundations of general relativity. His new twist came in 1918 in the wake of Kretschmann's claim that Einstein's principle of general covariance was physically vacuous.[21] Einstein responded by (temporarily) forsaking the doctrine that he had hitherto regarded as distinguishing general relativity from other physical theories, namely that the fundamental equations of GRT remain valid for arbitrary reference frames in any coordinate system whatsoever.[22] In 1918 he dropped this notion in order to make his Machian assumptions more precise. At the same time he conceded Kretschmann's point that general covariance was a purely formal principle, arguing that it was nevertheless of great heuristic value for finding gravitational field equations with the desired properties. In a final twirling maneuver, Einstein reformulated his principle of general relativity to say that the theory was solely concerned with space-time coincidences. No doubt this new principle made little impression on most of Einstein's contemporaries, and yet today we know that it had considerable significance for Einstein himself. Indeed, it was precisely this consideration that finally enabled him in late

---

[17] Hermann Weyl, "Die Relativitätstheorie auf der Naturforscherversammlung," *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung* 31 (1922): 51-63, p. 61. Weyl promoted his notion of a guiding field (*Führungsfeld*), understood as the physical realization of an affine connection, as the key to understanding the relationship between gravity and inertia.
[18] Doc. 17, *CPAE*, vol. 4, p. 495.
[19] See John Norton, ''How Einstein Found his Field Equations, 1912–1915,'' and John Stachel, ''Einstein's Search for General Covariance, 1912–1915'' (ref. 2).
[20] For a provocative modern approach to a Machian program, see Ignazio Ciufolini and John Archibald Wheeler, *Gravitation and Inertia,* (Princeton: Princeton University Press, 1995).
[21] Erich Kretschmann, "Über den physikalischen Sinn der Relativitätspostulate. A. Einsteins neue und seine ursprüngliche Relativitätstheorie," *Annalen der Physik* 53 (1917): 575–614.
[22] Albert Einstein, "Prinzipielles zur allgemeinen Relativitätstheorie," *Annalen der Physik* 55 (1918): 241–244, Doc. 4, *CPAE*, vol. 7.

1915 to recognize the vacuous nature of his “unlucky” *Gedankenexperiment* concerning a hole in physical space-time.[23]

-3-

If Einstein wavered over the principle of general relativity, the same cannot be said with regard to the key idea he borrowed from Ernst Mach: the relativity of inertia. Lars Rosenberger’s study delves into the long prehistory of efforts to understand the origins of inertia before proceeding to analyze Hans Thirring’s work on the problem of rotation in GRT. This problem was intimately tied to the larger one of accounting for the inertial properties of matter, an issue that surfaced over and again as Einstein revised the foundations of his theory from 1912 to 1918. Throughout these years, he continually emphasized the theoretical importance of a gravitational theory that could incorporate centrifugal effects, thereby vindicating Mach’s ideas about the relativity of inertia. Nevertheless, he left it for Thirring to pursue the problem of rotation in the context of his mature, *post-Entwurf* theory.

As is well known, Einstein’s reading of Mach provided one of the major *Leitideen* that guided his quest to find a field theory of gravitation. Already back in September 1913, when he spoke in Vienna, Einstein gave a clear statement of the Machian inspiration that guided his quest to generalize the principle of relativity:

> Von Bewegung, also auch Beschleunigung eines Körpers *A* an sich zu reden, hat keinen Sinn. Man kann nur von Bewegung bzw. Beschleunigung eines Körpers *A* relativ zu anderen Körpern *B*, *C* usw. sprechen. Was in kinematischer Beziehung von der Beschleunigung gilt, das dürfte auch von dem Trägheitswiderstande gelten, den die Körper einer Beschleunigung entgegensetzen; es ist a priori zu erwarten, wenn auch nicht gerade notwendig, dass der Trägheitswiderstand nichts anderes sei als ein Widerstand gegen Relativbeschleunigung des betrachteten Körpers *A* gegenüber der Gesamtheit aller übrigen Körper *B, C* usw. Es ist wohlbekannt, dass E. Mach in seiner Geschichte der Mechanik diesen Standpunkt zuerst mit aller Schärfe und Klarheit vertreten hat . . ..[24]

In his famous critique of Newton’s notion of absolute space, Mach appealed to the influence of distant masses as the sources responsible for determining local inertial properties. Einstein recognized that this was not the only logically tenable standpoint, but he also felt that Mach’s position had the merit of accounting for inertial properties otherwise left unexplained. In Newtonian mechanics, physicists introduced special coordinate systems with the property that force-free motion takes place uniformly along straight lines. As Einstein emphasized in Vienna, this amounted to postulating the existence of inertial frames without any reference to the physical phenomena that distinguish these from any other frames. Taking up this Machian challenge, he henceforth tried to couple gravitational with inertial effects as produced by accelerating frames.

Einstein’s initial, quite natural working hypothesis suggested that a uniformly rotating body induced gravitational field effects analogous to the centrifugal and Coriolis forces familiar from classical mechanics. If rotational motion were relative in the sense of Einstein’s equivalence principle – where a uniformly accelerated inertial frame is indistinguishable from

[23] See John Norton, ‘‘How Einstein Found his Field Equations, 1912–1915,’’ and John Stachel, ‘‘Einstein's Search for General Covariance, 1912–1915’’ (ref. 2).
[24] Doc. 17, *CPAE*, vol. 4, p. 498.

a homogeneous gravitational field -- then a rotating frame should be physically equivalent to the same frame taken at rest while the ambient space rotated about it in the opposite direction. Were this so, then the analogy with his original formulation of the equivalence principle would have been complete. Yet Einstein must have realized the limitations of such an argument early on. In a letter to Ehrenfest from June 1912, he pointed out that the equivalence principle could only hold locally, a conclusion he reached after pondering various difficulties associated with accelerating reference systems.[25] One year later, shortly after the debut performance of the Einstein-Grossmann theory, Einstein sent a triumphant letter to Ernst Mach: "es ergibt sich mit Notwendigkeit, dass die Trägheit in einer Art Wechselwirkung der Körper ihren Ursprung hat, ganz im Sinne ihrer Überlegungen zum Newton'schen Eimerversuch."[26] Yet Einstein's efforts to realize this bold program bore no immediate fruit (see Rosenberger's analysis, pp. 40-48).

Michel Janssen's research on Einstein's struggles with the problem of rotation during the period 1913-1915 have thrown new light on this puzzling chapter in the early history of general relativity.[27] During 1913 Einstein briefly collaborated with his friend Michele Besso in a futile attempt to account for the perihelion of Mercury using the *Entwurf* theory field equations. According to Einstein's own testimony, his faith in this theory was badly shaken when he realized in September 1915 that the metric induced by a rotating coordinate system was not a solution to the Einstein-Grossmann field equations. Janssen, however, has shown that back in 1913 Einstein probably already knew that the *Entwurf* theory equations were incompatible with rotational motions. And although he and Besso were fully aware of the centrality of this problem, they apparently failed to draw the obvious conclusion: namely that the Einstein-Grossmann theory was useless even in the simple case of rotating frames.

Interestingly enough, even after he had found generally covariant field equations, Einstein chose not to take up the problem of rotation again. Instead, he encouraged young Hans Thirring to work through the calculations on a key problem that long guided Einstein's efforts to understand the relationship between gravitation and inertia. Lars Rosenberger's study offers the first detailed analysis of Thirring's results on what has come to be called frame dragging. Drawing on techniques developed by Einstein in 1916 for finding approximate solutions of the gravitational field equations, Thirring one year later determined the metric for a rotating hollow shell, showing that this spinning mass exerted small effects on a test particle in the shell's interior analogous to the centrifugal and Coriolis forces of classical mechanics.

Rosenberger points out that initially both Einstein and Thirring thought the general covariance of the gravitational field equations and equations of motion sufficed for showing that the problem of rotation satisfied a strong global form of the principle of general relativity. According to this, one could regard the field inside a rotating shell as equivalent to the one that would arise were the shell at rest and the universe in rotation with the opposite angular velocity about it (see the quotations from Thirring's letter to Einstein as well as from Einstein's letter to Besso in sections 3.3 and 3.1.2, respectively). This approach to the relativity of rotational motion, however, overlooks the asymmetry that arises with regard to the boundary conditions at spatial infinity. After recognizing this difficulty, Thirring found a way to solve the field equations for a uniformly rotating hollow shell by adopting the hypothesis that the metric outside the shell gradually becomes flat. So understood, his work marked a quiet step in the process that gradually led to a decoupling of the principle of

[25] Doc. 409, *CPAE*, vol. 5, p. 486.

[26] Doc. 448, *CPAE*, vol. 5, p. 532. See Rosenberger, p. 39.

[27] Michel Janssen, ''Rotation as the Nemesis of Einstein's Entwurf Theory''; Michel Janssen, "What did Einstein Know and When did he Know it? A Besso Memo Dated August 1913," in Jürgen Renn, Tilman Sauer, Michel Janssen, John Norton, John Stachel, *The Genesis of General Relativity: Documents and Interpretation*. Vol. 1. *General relativity in the Making: Einstein's Zurich Notebook.* Dordrecht: Kluwer, to appear..

general relativity from the origins of inertia. In the final chapter of his 1921 Princeton lectures, Einstein underscored the importance of Thirring's results, which confirmed that in GRT the inertial properties of matter depend on mutual interactions with surrounding matter, even if these were far too small to be measured in practice.[28] Still, Hermann Weyl later emphasized that Thirring's results actually predict asymmetrical effects if the frame of the test particle rotates rather than that of the hollow sphere. For Weyl, this demonstrated that rotational motion is *not* relative after all![29] Well before this, Gustav Mie adopted a similar perspective (see Kohl's discussion of rotation in section 4.3.4).

-4-

Whereas Thirring's work was undertaken to support Einstein's Machian program, the latter encountered early resistance from another leading relativist, Leiden's Willem de Sitter. As Stefan Röhle describes, Leiden quickly emerged as the leading center for research on general relativity during the period 1915-1920. A major factor behind this lively activity stemmed from Einstein's personal friendships with H. A. Lorentz and especially Paul Ehrenfest, who inspired a large number of young physicists. Within the larger Leiden scientific community, de Sitter played an especially prominent part in pursuing the empirical predictions of GRT. As an astronomer with a strong empiricist bent, he showed relatively little interest in the more abstruse theoretical issues that had been of such decisive importance for Einstein from the beginning. In contrast with Hermann Weyl, Arthur Eddington, and several other leading relativists who were attracted to Einstein's more daring physical ideas, de Sitter took a decidedly skeptical view of these. As he freely admitted to Einstein: "unsere 'Glaubensdifferenz' kommt darauf an, daß Sie einen bestimmten Glauben haben, und ich Skeptiker bin."[30] Thus, for de Sitter, Mach's principle was a purely speculative idea that could never be tested, and for this reason he regarded Einstein's claim that distant masses accounted for the inertial properties of matter as a dogma devoid of any scientific value.

Although de Sitter was one of the leading astronomers of his time, today he is mainly remembered for an important early contribution to relativistic cosmology, the famous Model B he produced as an alternative to Einstein's Model A, the cylindrical universe. This terminology stems from de Sitter's first paper from 1917 in which he referred to these as "System A" and "System B" (he called Minkowski space "System C"). As Röhle points out in section 3.4, these static models played a central role in the cosmological speculations of the 1920s. After 1930, when cosmologists like Lemaître and Eddington became convinced of the need for dynamical models corresponding to an expanding universe, those of Einstein and de Sitter were no longer taken very seriously, although they continued to serve as familiar special cases.

Einstein's earliest efforts to apply general relativity to cosmological problems were strongly rooted in his Machian agenda, which claimed that the global distribution of matter in the universe determined the inertial properties of matter in local inertial frames. His first attempts to realize this objective, however, led to difficulties with the boundary conditions at spatial infinity. Einstein discussed these problems with de Sitter during a visit to Leiden in the summer of 1916. The latter's critical reaction to the notion of distant masses can be seen from a letter he wrote to Einstein the following November: "man gewinnt damit eine 'Erklärung' des Ursprungs der Trägheit, die doch keine Erklärung ist, denn es ist nicht eine Erklärung aus bekannten, oder kontrollierbaren Tatsachen, sondern aus ad hoc gefundenen Massen."[31]

[28] See Doc. 71, *CPAE*, vol. 7, pp. 563-567.
[29] Hermann Weyl, "Massenträgheit und Kosmos. Ein Dialog," *Die Naturwissenschaften* 12 (1924): 197-204, pp. 199-200.
[30] Doc. 327, *CPAE*, vol. 8.
[31] Doc. 327, *CPAE*, vol. 8.

Whether or not de Sitter's skepticism had any influence on Einstein's subsequent refinement of Mach's principle, the astronomer's critique of his handling of the metric at spatial infinity did lead Einstein to drop his original approach (see Rosenberger's section 4.1.2 for more on this). Soon thereafter, Einstein introduced his cosmological constant in order to obtain a static model of a closed, bounded universe, thereby circumventing the problem of boundary conditions at infinity altogether. Thus, right from its infancy, de Sitter influenced the course of research in relativistic cosmology.

Stefan Röhle carefully examines the context of the ensuing controversy between Einstein and de Sitter with respect to their two famous cosmological models. This theme has been addressed many times in the historical literature, including a detailed account by Pierre Kerszberg.[32] Röhle's study, however, takes advantage of the new source material available in *CPAE*, volume 8 , including Michel Janssen's editorial note, which revealed some of the larger contours of the Einstein – de Sitter debate for the first time. Janssen's commentaries in volume 8 show how the anomalous properties exhibited by DeSitter's matterless cosmological model sparked a fascinating series of exchanges involving not only the two principals but two prominent mathematicians as well: Hermann Weyl and Felix Klein. This four-cornered debate had a number of surprising twists and turns, some of which appear in an amusing light for those familiar with the subtleties of space-time singularities.[33] Röhle discusses the main issues involved in section 4.8. There he surveys the landscape of contemporary cosmological discourse, adding reflections on the goals, shared assumptions, and diverging opinions of some of the leading figures of the era. He emphasizes that de Sitter regarded the three systems A, B, and C as true cosmological models in the modern sense, a viewpoint by no means commonplace back in 1917-18. Interestingly enough, de Sitter's skepticism with regard to Einstein's cosmological constant led him to prefer the flat space-time structure of model C over his own model B.

In Chapter 5, Röhle takes up the wider debate with the contributions of Klein and Weyl. For Felix Klein, who took an agnostic position on most cosmological questions, the key issue was whether de Sitter's world contained intrinsic singularities, as Einstein claimed. From a purely mathematical point of view, Klein argued that the answer to this question was that it did not. To make this point, he repackaged de Sitter's world in a projective setting and endowed it with a Caylean metric, a technique he himself made famous in his early work on projective non-Euclidean geometry from 1871.[34] In this new cosmological context Klein's approach had the advantage that one could easily grasp the group action on the manifold in the spirit of his "Erlangen Program." By so doing, Klein showed that the singularities arising in a particular coordinate system have no geometric significance, since one can easily remove these by utilizing an appropriate coordinate transformation.

Presumably Einstein had great difficulty understanding the technical parts of Klein's argument (see Röhle's section 5.2). Even the mathematicians of Einstein's generation were rarely exposed to projective non-Euclidean geometry, as Klein himself noted when in 1910 he delivered a lecture on this approach to Minkowski space.[35] But what Einstein clearly did understand were the serious implications Klein's mathematical argument carried for his Machian approach to cosmology. For if the metric tensor and with it the G-field were "*restlos*

---

[32] Pierre Kerszberg, *The Invented Universe: The Einstein–De Sitter Controversy (1916–17) and the Rise of Relativistic Cosmology*. Oxford: Clarendon Press, 1989.

[33] See John Earman and Jean Eisenstaedt, "Einstein and Singularities," *Studies in History and Philosophy of Modern Physics* 30B (1999): 185-235.

[34] Felix Klein, "Über die Integralform der Erhaltungssätze und die Theorie der räumlich-geschlossenen Welt." *Königliche Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Mathematisch-physikalische Klasse. Nachrichten* (1918): 394–423. Felix Klein, "Über die sogenannte Nicht-Euklidische Geometrie," *Mathematische Annalen* 4 (1871): 573–625.

[35] Felix Klein, "Über die geometrischen Grundlagen der Lorentzgruppe," *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung* 19 (1910): 281–300, p. 281.

durch die Massen der Körper bestimmt," as Einstein asserted, then de Sitter's model must somehow be untenable, either physically or mathematically. Since Einstein conceded that Klein's approach was mathematically sound, he was faced with a non-trivial, matter-free solution to his field equations with cosmological term. Were the resulting space-time manifold physically viable, as de Sitter claimed it was, then this model would flagrantly contradict Mach's principle. For in de Sitter space the G-field, which determines the inertial properties of matter, exists in a pure vacuum!

Einstein's initial response was to suggest that the natural horizon in de Sitter's model constituted a real barrier along or beyond which matter had to be found. In 1917, the physical status of this horizon was quite unclear; moreover, differential geometers had not yet developed the tools needed to explore the intrinsic geometry of a Lorentzian manifold. Einstein's hunch suggested that de Sitter's solution to the field equations made sense only within a limited portion of the universe. Mathematically, this boiled down to showing that it was impossible to find a patchwork of coordinate systems that covered de Sitter space without introducing singularities. Since Klein's global approach to de Sitter's model seemed to block this avenue, Einstein was forced to invoke a physical argument, hence his proposal that the horizon was the seat of "hidden matter" that produced the curvature of space in de Sitter's model.

Such a bold physical interpretation of a purely mathematical construct clearly had limited appeal for skeptical minds like those of de Sitter and Klein. Still, Einstein's argument was not lost on Hermann Weyl, who of course had a complete mastery of the mathematical arguments that Einstein's friendly opponents had put on the table. Indeed, in the first edition of *Raum-Zeit-Materie*, Weyl took up Einstein's cause, claiming with regard to de Sitter's world: ". . . one sees that the possibility of an empty world contradicts the laws of nature. . . . *At least at the horizon there must exist masses.*"[36] Hubert Goenner has recently shown how Weyl expended great effort concocting a global space-time purportedly equivalent to de Sitter's, but containing matter.[37] Weyl achieved this by pasting three different metrics together, though apparently it took some time before he realized that this did not yield a manifold of constant curvature, a key property of de Sitter's model. By 1923, when he published the fifth edition of *Raum-Zeit-Materie,* Weyl not only acknowledged that de Sitter's matter-free space-time was a legitimate cosmological model but even argued that it was superior to Einstein's cylindrical universe. Soon thereafter, he publicly adopted a position on Mach's principle similar to Sitter's (see Röhle's section 5.1) by disavowing the Machian gospel according to Einstein.[38] Weyl's struggle to reach a harmonious balance between mathematical representations and their potential physical meanings was deeply affected by his engagement with Einstein's general theory of relativity.[39] Having played a key part in what he himself regarded as a scientific theory of world-historical significance, Weyl recognized by 1924 that his *Sturm und Drang* period had ended when the relativity revolution began to subside.

Since my opening remarks have centered on the Machian elements that ran through contemporary discourse on general relativity, it should be added in closing that the studies by Kohl, Rosenberger, and Röhle take up several other issues of importance during this period of explosive activity and debate. Indeed, all three authors show that by focusing on the parts

---

[36] Hermann Weyl, *Raum–Zeit–Materie. Vorlesungen über allgemeine Relativitätstheorie*. Berlin: Springer, 1918, p. 225.

[37] Hubert Goenner, "Weyl's Contributions to Cosmology," in Erhard Scholz, ed., *Hermann Weyl's Raum-Zeit-Materie and a General Introduction to his Scientific Work.* (DMV Seminar, 30.) Basel/Boston: Birkhäuser Verlag, 2001, pp. 105-137.

[38] Hermann Weyl, "Massenträgheit und Kosmos. Ein Dialog," *Die Naturwissenschaften* 12 (1924): 197-204.

[39] For a sensitive and probing account of Weyl's interests and intellectual development during this period, see Erhard Scholz, "Weyls Infinitesimalgeometrie, 1917-1925," in Scholz, ed., *Hermann Weyl's Raum-Zeit-Materie and a General Introduction to his Scientific Work*, pp. 48-104.

played by “secondary actors” like Mie, Thirring, and de Sitter, many new perspectives quickly emerge. Considering the enormous popular and scholarly literature dealing with Einstein and the general theory of relativity, it would seem both appropriate and timely for historians to take a closer look at the individuals and communities most directly involved with these developments. Many, of course, road relativity’s waves. Yet not just a few helped make them, while others tried to resist their tidal force. We are still far from having a full picture of the twentieth century’s most dramatic scientific revolution.

# Inhaltsverzeichnis

# Einleitung

Erforschet das Buch und suchet euch unsere Ansicht zusammen,

die wir verstreut und an mehreren Orten dargetan haben;

was euch an einem Orte verborgen bleibt, das haben wir an einem anderen offengelegt,

damit es fassbar werde für eure Wahrheit.[1]

Seit Ende des 17. Jahrhunderts wurde das physikalische Weltbild von der Newtonschen Mechanik bestimmt. In seinem Werk *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* begründete Newton die klassische Physik, indem er die Mechanik erstmalig umfassend in einem hypothetisch-deduktiven System darlegte. Der zentrale Begriff Newtons Mechanik ist die *Bewegung*, welche die Postulierung des sogenannten absoluten Raumes erforderte. Nach der Newtonschen Auffassung bewegen sich die Erde sowie die anderen Himmelskörper in einem unbeweglichen Behälter von grenzenloser (räumlicher und zeitlicher) Ausdehnung, in dem die euklidische Geometrie gilt. Dieser Behälter ist gewissermaßen die Bühne, auf der sich alles im physikalischen Universum abspielt. Wenn es auch unmöglich ist, den absoluten Raum durch direkte Erfahrung zu verifizieren, so kann er doch mit Hilfe der Bewegungen von Körpern wahrgenommen werden: Bei beschleunigten Bewegungen, speziell bei Rotationsbewegungen, gegenüber dem absoluten Raum treten nämlich Trägheitskräfte auf, die solche Bewegungen als 'absolute' von den geradlinigen abgrenzen.
Erst der österreichische Physiker und Erkenntnistheoretiker Ernst Mach konnte etwa 200 Jahre später mit seiner scharfen Kritik das Newtonsche Weltbild erschüttern. Seiner positivistischen Denkweise folgend forderte er die vollständige Verbannung von Konzepten aus der Physik, die nicht durch beobachtbare Erfahrungstatsachen verifiziert werden können. Bei der Betrachtung der Rotationsbewegung stellte er fest, dass diese lediglich gegenüber anderen Massen wie z.B. den Fixsternen des Universums beobachtet werden können, nicht jedoch gegenüber dem absoluten Raum. Es war vor allem Albert Einstein, der aus Machs Schriften auch die *kinematische* Forderung herauslas, dass die Massen des Universums die *Ursache* für das Auftreten von Trägheitskräften darstellen. Sogar die träge Masse eines Körpers sollte nach Einsteins Auffassung von den übrigen Massen erzeugt werden.
Bereits um die Jahrhundertwende versuchten einige wahrscheinlich durch Machs Schriften beeinflusste Experimentalphysiker, dieses im Labor nachzuweisen, indem sie besonders schwere Massen in Rotation versetzten und das Verhalten von kleineren Massen in deren Umgebung untersuchten. Diese Wissenschaftler werden neben anderen, die für die Relativität der Rotation vor Einsteins

[1] Heinrich Cornelius Agrippa von Nettesheim, in *De occulta philosophia*, 3, 65. Aus dem Buch von Umberto Eco: *Das Foucaultsche Pendel*, München, Hauser-Verlag, 1989. Jean Bernard Foucault demonstrierte Mitte des 19. Jahrhunderts die Erddrehung mit Hilfe eines großen Pendels im Pantheon in Paris.

Entwicklung der Allgemeinen Relativitätstheorie (ART) wichtige Beiträge lieferten, in Kapitel 1 dieser Arbeit vorgestellt.
Dann trat Einstein auf die Bühne. Nachdem er erkannt hatte, dass die Erweiterung seiner Speziellen Relativitätstheorie auch zu einer Theorie der Gravitation führte, glaubte er, mit einer solchen das Auftreten von Zentrifugal- und Corioliskräften bei Rotation erklären zu können.
Bei der Entwicklung seiner Allgemeinen Relativitätstheorie spielte für Einstein das Rotationsproblem eine zentrale Rolle und trat an diversen Stellen in Erscheinung. Es stellte für ihn den nächsten Schritt dar beim Übergang von der Theorie des statischen Gravitationsfeldes hin zu einer Theorie, deren Feldgleichungen bei beliebigen Koordinatentransformationen ihre Form beibehalten, die also allgemein kovariant sind. Dabei taten sich für Einstein enorme Schwierigkeiten auf, die dazu führten, dass es bis zum Jahre 1912 dauerte, bis ihm entscheidende Fortschritte gelangen. Überlegungen an rotierenden Systemen brachten Einstein zu der Erkenntnis, dass die herkömmliche euklidische Geometrie für derart beschleunigte Bewegungen nicht ausreichend ist, sondern dass diese mit Hife von gekrümmten Koordinaten behandelt werden müssen.
Mit Hilfe seines Freundes Marcel Grossmann, der die auf diesem Gebiet weiterentwickelten Forschungen kannte, gelang es schließlich, wenn auch keine kovarianten Feldgleichungen, so doch Bewegungsgesetze in allgemein kovarianter Form aufzustellen, woraus Einstein die Relativität der Rotationsbewegung vollständig abgeleitet zu haben glaubte. Zusätzlich bestärkt in dem Glauben wurde Einstein, als er ein Kriterium für erlaubte Bezugssysteme herleitete, das der Rotationsbewegung genügte. Erst mehr als zwei Jahre nach Aufstellung der Einstein-Grossmann-Theorie stellte er fest, dass seine Rechnungen fehlerhaft waren und die Feldgleichungen für die gleichförmige Rotationsbewegung nicht erfüllt waren, was ihn dazu veranlasste, diese vollständig zu verwerfen.
Nach großen Mühen fand Einstein schließlich im Jahre 1915 die allgemein kovarianten Feldgleichungen, aus denen wegen dieser Eigenschaft nach Einsteins Ansicht die Relativität der Rotation automatisch erfüllt sein müsste, so dass er keine expliziten Rechnungen dazu veröffentlichte und höchstwahrscheinlich auch nie durchführte. Dies tat stattdessen der österreichische theoretische Physiker Hans Thirring, der im Jahre 1918 einen Artikel veröffentlichte, in welchem er die Mitführungseffekte des Inertialsystems für die Einsteinsche Theorie nachwies, indem er das metrische Feld im Innern einer rotierenden Kugelschale sowie im Außenraum einer rotierenden Vollkugel berechnete. Dabei stieß er auf Terme in den Bewegungsgleichungen, die von der Form der in rotierenden Bezugssystemen auftretenden Trägheitskräfte (Zentrifugal- und Corioliskraft) waren. Diese nach Einsteins Methode der näherungsweisen Integration durchgeführten Rechnungen Thirrings werden in Kapitel 3 erläutert.
Thirring musste dabei jedoch die aus Sicht der allgemeinen Relativität bedenkliche Annahme machen, dass das Gravitationsfeld im Unendlichen in die flache Raum-Zeit-Metrik der Speziellen Relativitätstheorie übergeht. Dies wurde zu

der Zeit allerdings bereits heftig zwischen Einstein und de Sitter diskutiert, nachdem letzterer die Relativität der Rotation und den Ursprung der Trägheit einer kritischen Analyse unterzogen hatte. Aus dieser Diskussion heraus ergaben sich schließlich die ersten kosmologischen Modelle. Mit diesem Ausblick und der Frage nach der Realisierung des Machschen Prinzips in der ART werden wir uns in Kapitel 4 befassen.
Als Anregung für dieses Thema diente unter anderem ein Artikel von August Kopff[2] aus dem Jahre 1921 mit dem Titel *Das Rotationsproblem in der Relativitätstheorie*, in welchem dieser die Schlussfolgerung zieht, dass die ART das Problem der Relativität der Rotation befriedigend gelöst habe.

[2] August Kopff war außerordentlicher Professor und Astronom an der Universität Heidelberg und arbeitete seit 1912 als wissenschaftlicher Beamter an der Sternwarte Heidelberg-Königsstuhl. Im Jahre 1924 erhielt er eine ordentliche Professur für theoretische Astronomie an der Universität Berlin und wurde später Direktor des astronomischen Recheninstituts Berlin-Dahlem. Außer dem erwähnten Artikel beschäftigte er sich in weiteren Arbeiten mit rotierenden Systemen in der allgemeinen Relativitätstheorie: *Zur Rotationsbewegung im Gravitationsfeld der Sterne* (siehe Abschnitt 4.1.3); *Einfluß von Sonne und Mond auf das Zentrifugalfeld der Erde in der Einsteinschen Gravitationstheorie* (*Physikalische Zeitschrift* **22**, 1921) und veröffentlichte ein Buch *Grundzüge der Einsteinschen Relativitätstheorie*.

# 1 Das Rotationsproblem vor Einstein

„Das Weltsystem ist uns nicht *zweimal* gegeben mit ruhender und mit rotierender Erde, sondern nur *einmal* mit seinen allein bestimmbaren Relativbewegungen."

(Ernst Mach)[3]

## 1.1 Der Raumbegriff bei Newton

Nach der Newtonschen Auffassung, die er in seinem Werk *Principia*[4] darlegte, bewegen sich die Erde sowie die anderen Himmelskörper in dem unbeweglichen, sowohl in räumlicher als auch zeitlicher Hinsicht grenzenlosen absoluten Raum, der mit Hilfe der euklidischen Geometrie, der einzigen damals bekannten Geometrie, beschrieben werden kann. Newton beschrieb den absoluten Raum folgendermaßen:

> „Der absolute Raum bleibt vermöge seiner Natur und ohne Beziehung auf einen äußeren Gegenstand stets gleich und unbeweglich."[5]

Die Einführung des absoluten Raumes stellte für Newton eine logische Notwendigkeit dar. Ein bewegtes Koordinatensystem eines *relativen Raumes*, der einen Teil des absoluten Raumes darstellt und ausreichend ist, um praktische Physik zu betreiben, findet hierin seinen absoluten Bezugspunkt[6]. Newton gab allerdings zu, dass der absolute Raum nicht verifizierbar ist, sondern dass man ihn als nicht sinnlich erfahrbaren Gegenstand ansehen muss.[7] Lässt sich auch die Existenz des absoluten Raumes nicht experimentell feststellen, so kann man nach Newton doch eine absolute Bewegung nachweisen, von der man auf die Existenz des absoluten Raumes schließen kann. Als absolute Bewegung bezeichnete er eine solche, die durch Kräfte erzeugt wird, die auf den Körper unmittelbar einwirken. Newton kam zu der entscheidenden Erkenntnis: Nicht die geradlinig gleichförmige Bewegung, sondern die Abweichung von dieser bedarf einer Erklärung.Das Trägheitsgesetz bzw. die Grundgleichungen der

[3] Aus seinem Buch *Die Mechanik. Historisch-Kritisch Dargestellt*, S. 226.

[4] [Newton 1687]

[5] Aus [Newton 1687], zitiert nach [Mach 1963], S. 220

[6] Newton führte einen absoluten Ruhepunkt als Zentrum der Gravitation ein, der zugleich das Zentrum des Universums darstellen sollte. Er war ernsthaft bemüht, dieses Gravitationszentrum mit Hilfe seiner Gravitationstheorie aufzufinden (vgl. *Principia*, Weltsystem, Hypothese I, Propos. 12, Corollarium; Op III, S. 28-29).

[7] „...in der Naturlehre muss man von den Sinnen abstrahieren." (Siehe [Newton 1687], Principia III, Scholium generale; Op. III, S. 173.) Damit verlässt Newton den ansonsten von ihm vertretenen Phänomenalismus, in dem nur auf beobachtbare Erfahrungstatsachen zurückgegriffen wird.

Newtonschen Mechanik gelten in allen relativ zum absoluten Raum ruhenden oder gleichförmig bewegten Bezugssystemen.[8]
In der klassischen Mechanik ist die gleichförmige rotierende Bewegung das Paradebeispiel für eine Bewegung relativ zum absoluten Raum, einer sogenannten „absoluten Bewegung“. Rotiert ein Körper gegen den absoluten Raum, so treten Zentrifugal- und Corioliskräfte auf, die somit ein Kriterium für den Bewegungszustand des Körpers darstellen. Newton verdeutlichte dieses in seinem berühmten Gedankenexperiment mit dem rotierenden Wassereimer. Dabei wird ein mit Wasser gefüllter Eimer in Rotation versetzt. Aufgrund der Trägheit nimmt das Wasser zunächst nicht an dieser Bewegung teil, sondern wird erst nach und nach durch die Reibung an den Gefäßwänden mitgerissen und in Drehung versetzt. Wenn sich nach einiger Zeit Winkelgeschwindigkeit der Wassermasse der des Eimers annähert, sieht man die Wirkung der Zentrifugalkraft: eine konkave Wölbung der Wasseroberfläche. Zu Beginn des Versuches, als die Relativbewegung zwischen Eimerwand und Wasser noch am größten war, trat dagegen kein derartiger Effekt auf. Newton kam daraufhin zu der einleuchtenden Schlussfolgerung, dass für das Auftreten von Zentrifugalkräften nur absolute und nicht relative Rotationsbewegungen entscheidend seien. Mit dem Postulat des absoluten Raumes entfachte Newton eine Diskussion um das Raumproblem. Wie wir sehen werden, hielt dieses Postulat einer strengen Kritik, vor allem der von Ernst Mach, nicht stand.

## 1.2 Kritik am Newtonschen Konzept des absoluten Raumes vor Mach

Die Autorität Newtons blieb in den folgenden zwei Jahrhunderten unanfechtbar, wenn auch bereits zu seiner Zeit die „dualistische Konzeption“ von Raum und Zeit auf der einen und Materie auf der anderen Seite nicht unwidersprochen blieb und immer wieder Anlass zu interessanten und kontroversen Diskussionen über die Grundlagen und -begriffe der Mechanik gab. Unter den Kritikern Newtons waren George Berkeley, Gottfried Wilhelm Leibniz und Christian Huygens die bedeutendsten.

### 1.2.1 George Berkeley

George Berkeley ging in seiner Kritik sowohl vom theologischen als auch vom physikalischen Standpunkt aus.[9] In seinen im Jahre 1711 erschienenen *Principles of human knowledge* bezeichnete er den absoluten Raum als verderblichen und absurden Begriff. Würde man nämlich den Raum nicht bloß als relativ auffassen,

[8] Diese nennen wir heute Inertialsysteme, ein Begriff, der im Jahre 1885 von Ludwig Lange geprägt wurde. Siehe [Lange 85]
[9] [Berkeley 1957]

so gäbe es etwas von Gott Verschiedenes, das „ewig, ungeschaffen, unendlich, unteilbar, unveränderlich sei“[10]. In seiner Theologie sieht er Gott als reinen Intellekt an, der nicht mit einem Sensorium Gottes identifizierbar sei.
In seiner physikalischen Argumentation betrachtete Berkeley alle Bewegungen in Bezug auf das System der Sterne, welches seiner Meinung nach, auch wenn es nicht absolut ruht, als Bezugsrahmen für die Erkennbarkeit einer Bewegung notwendig ist, wohingegen ein absoluter Raum eine bloße Fiktion sei, die jeder experimentellen Grundlage entbehre.[11] Nach Berkeleys Ansicht würde das Newtonsche Eimerexperiment nicht dasselbe Ergebnis zeigen, wenn man es im leeren Universum durchführen würde.
Die Bedeutung der Kritik von Berkeley liegt weniger darin, schlagkräftige Argumente gegen den absoluten Raum hervorgebracht zu haben, als vielmehr darin, das Problem in aller Schärfe zur Diskussion gestellt zu haben.

### 1.2.2 Gottfried Wilhelm Leibniz

Ein weiterer Kritiker der Newtonschen Auffassung fand sich in Gottfried Wilhelm Leibniz wieder:

> „Herr Newton sagt, dass der *Raum* das Organum ist, dessen Gott sich bedient, um die Dinge wahrzunehmen. Wenn er aber, um sie wahrzunehmen, irgendein Mittel benötigt, so sind sie demnach ganz und gar nicht von ihm abhängig und ebenso wenig von ihm geschaffen.“[12]

In dem Briefwechsel mit dem Newton-Schüler Samuel Clarke[13] drehte sich die Debatte ebenfalls um den Begriff *Sensorium Gottes* und führte zu einer Kontroverse über den absoluten Raum. Darin begründete Leibniz, warum aus metaphysischer Sicht die Annahme eines homogenen unendlichen und real existierenden Raumes unhaltbar sei. Außerdem betonte Leibniz, dass die Möglichkeit der Beobachtung bestehen müsse, was bei dem absoluten Raum nicht der Fall sei. Für die Idee des Raumes war für Leibniz die Lagebeziehung der Körper eine völlig ausreichende Bedingung, auch wenn der Relationsbegriff das Wesen des Raumes nicht ergründe. Sein *relativer Raum* ist eine von den Körpern abhängige und nichtreale, imaginäre Größe, welche ohne diese Körper nicht existent ist, also mit der

[10] [Berkeley 1938], S.173.
[11] [Berkeley 1957], *De motu*, (1721)
[12] [Leibniz 1717], S. 3.
[13] Der englische Physiker Samuel Clarke war ein großer Anhänger der Newtonschen Ideen. Die Auseinandersetzung zwischen Leibniz und Clarke begann, als die mit Leibniz befreundete Prinzessin von Wales Caroline dessen Werk *Theodizee* von Clarke ins Englische übersetzen lassen wollte. Clarke lehnte ab, weil das Werk einen Angriff auf Newtons Gravitationstheorie enthielt. Caroline war von Clarkes überzeugenden Argumentationen beeindruckt und sandte ihm andere Schriften von Leibniz, um seine Meinung darüber zu hören.

Welt vergeht.[14] Kopfzerbrechen bereiteten Leibniz jedoch die dynamischen Argumente von Clarke, wie das Auftreten von Zentrifugalkräften bei rotierenden Bewegungen. So sah er sich gezwungen, einen Kompromiss zu akzeptieren, indem er die rotierende Bewegung als eine „absolut wahre Bewegung“ bezeichnete, im Gegensatz zu bloßen räumlichen Positionsveränderungen:

> „Ich gebe indessen einen Unterschied zwischen der absoluten wahrhaften Bewegung eines Körpers und seiner einfachen, relativen Lageänderung mit Bezug auf einen anderen Körper zu. Liegt nämlich die unmittelbare Ursache der Veränderung im Körper selbst, so ist er wahrhaft in Bewegung, zugleich aber wird sich nunmehr auch die Lage der anderen Körper mit Bezug auf ihn ändern, obwohl die Ursache der Veränderung nicht in ihnen selbst liegt.“[15]

Schließlich kam er zu der Ansicht, dass die Gravitationskräfte keine über große Distanzen wirkende Kräfte sind, sondern auf die Kontakteinwirkung des umgebenden Äthers auf einen Körper zurückzuführen sind, und versuchte so, die Zentrifugalkraft und die „Gravität“ zu verbinden.[16]

### 1.2.3 Christian Huygens

Der niederländische Physiker Christian Huygens, der auch mit Leibniz einen regen Briefwechsel führte, versah seine Kritik ausschließlich mit physikalischen Argumenten. Er betrachtete zwar lange Zeit die rotierende Bewegung als eine absolute, behauptete allerdings später die Relativität aller Bezugssysteme und lehnte daher den Kompromiss von Leibniz ab. Wie Huygens sich das Auftreten von Zentrifugalkräften erklärte, kam erst im Jahre 1920 ans Licht, nachdem D.J. Korteweg und J.A. Schouten die entsprechenden Schriften in den Leidener Archiven entdeckt hatten: Er dachte sich eine rotierende Scheibe, deren einzelne Teile einen Druck auf die Peripherie ausüben und somit in verschiedene „Bewegungen“ aufgeteilt werden. Daraus folgerte er die Relativität der Rotationsbewegung, relativ in Bezug auf die verschiedenen Richtungen. Sein Bezugssystem war dabei ein mit der Scheibe fest verbundenes. Zur Lösung des Problems wies er auf den konstanten Abstand der Teile in Rotation und auf eine entgegengesetzte relative Bewegung nur an der Peripherie hin. Er lieferte damit zwar keine Lösung des Problems, bekräftigte aber als erster Physiker die Relativität sowohl im kinematischen als auch im dynamischen Sinne.[17]

[14] Diese Idee wird auch später eine zentrale Rolle für Einstein spielen. Bei Nichtvorhandensein von Massen sollte die Raumzeit nach seiner Vorstellung vollständig degenerieren (siehe Kapitel 4).
[15] [Leibniz 1717], S. 213.
[16] Siehe [Jammer 1993], S. 116-124.
[17] ibid.

### 1.2.4 Wiederaufleben der Diskussion im 19. Jahrhundert

In der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts kam es zu einem erneuten Aufleben der Diskussion über Raum, Zeit und Bewegung. Ein wichtiger Impuls ging dabei von Carl Gottfried Neumann aus, der im Jahre 1870 in seiner Antrittsvorlesung in Leipzig mit dem Thema *Über die Prinzipien der Galilei-Newtonschen Theorie* neue Aufmerksamkeit auf die Frage lenkte: *Ist Bewegung absolut oder relativ?*
Die zentralen Begriffe in Neumanns wissenschaftlich-philosophischem Gedankengebäude waren *Begreiflichkeit* und *Verständlichkeit*, wobei er letzteres in der Newtonschen Mechanik verletzt sah. Die geradlinig gleichförmige Bewegung im 1. Newtonschen Axiom[18] war für Neumann unverständlich, weil man nicht wissen könne, was mit den gleichen Zeitintervallen, die zur Bestimmung der gleichförmigen Bewegung betrachtet werden müssen, und den geraden Linien gemeint ist. Um das Gesetz mathematischen Herleitungen zugänglich zu machen, benötige man nach seiner Ansicht einen räumlichen Bezugspunkt, demgegenüber sich der Körper geradlinig gleichförmig bewegt, sowie eine Zeitskala. Dazu führte Neumann einen starren Körper ein, den sogenannten „Körper Alpha", der sich irgendwo im Universum befindet, auf den nun alle Bewegungen bezogen werden sollten. Dieser Vorschlag war für ihn äquivalent zur Einführung einer Variablen in ein Argument in der Art eines Mathematikers, um die Verhältnisse zwischen den bekannten Größen klarer zu zeigen.[19]
Da das Trägheitsgesetz, wenn es in Bezug auf den Körper Alpha gilt, auch in Bezug auf jeden zu ihm geradlinig gleichförmig bewegten Körper gilt, musste Neumann daraus ein ganzes System von starren Körpern machen. Später wurde daraus das „System Alpha", welches nun nicht mehr als ein System von starren Körpern anzusehen war, sondern als Koordinatensystem im Massenzentrum des gesamten Universums.[20] Letztendlich war für Neumann der unsichtbare Körper Alpha nur eine bessere Alternative zum absoluten Raum; in einer Vorlesung brachte Neumann folgendes Gedankenexperiment, an dem sich später Ernst Mach stoßen sollte:

> „Man denke sich einen rotierenden, aus flüssiger Materie bestehenden Himmelskörper $R$, der (infolge der durch die Rotation erzeugten Zentrifugalkräfte) die Gestalt eines abgeplatteten Ellipsoides besitzt. Alsdann kann in dem Zustande dieses Körpers R durch ein plötzliches Verschwinden aller übrigen Himmelskörper nichts geändert werden. Seine Rotationsbewegung und seine abgeplattete Gestalt werden also, trotz des Verschwinden der übrigen Himmelskörper, ungeändert

[18] Jeder Körper, beharrt in seinem Zustand der Ruhe oder der gleichförmigen geradlinigen Bewegung, wenn er nicht durch einwirkende Kräfte gezwungen wird, seinen Zustand zu ändern. *Principia*, dt. Ausgabe, Hrsg.: J.Ph Wolfers, Berlin, Oppenheim, 1872, S. 32

[19] Für eine ausführlichere Darstellung siehe [Neumann 1870] und [DiSalle 1993].

[20] In seinem Werk *Grundzüge der analytischen Mechanik* (1887) ersetzte er das System Alpha durch den Ausdruck „absolutes Achsensystem".

> fortbestehen. Hieraus geht deutlich hervor, dass man die Bewegung eines Körpers als etwas *Absolutes*, und nicht als etwas *bloss Relatives* anzusehen hat; oder (genauer ausgedrückt), dass man die Bewegung eines Körpers zu definieren hat als seine Lagenveränderung im Laplaceschen *espace immobile*, nicht aber als seine Lagenveränderung in Bezug auf irgend welche anderen Körper."[21]

Im Jahre 1885 versuchte Ludwig Lange, den Begriff des Trägheitssystem genauer zu fassen und glaubte schließlich, damit den für die praktische Physik so wertlosen absoluten Raumbegriff eliminiert zu haben. Anstelle des absoluten Raumes setzte er ein „Trägheitssystem", das ist ein Koordinatensystem, bezüglich dessen Newtons Trägheitsgesetz gültig ist. Man erhält ein solches, indem man drei Massenpunkte vom Ursprung aus in verschiedene Richtungen schleudert und dann sich selbst überlässt. Das Koordinatensystem, zu dem diese drei Punkte sich auf drei verschiedenen geraden Linien bewegen, definierte Lange als Trägheitssystem. Von seinen Zeitgenossen wurde dieser Schritt als bedeutender Beitrag zur Grundlegung der Physik aufgefasst. Seeliger[22] verglich Langes Trägheitssystem mit dem in der Astronomie angewandten empirischen Koordinatensystem.

### 1.2.5 Rotierende Bezugssysteme in der Newtonschen Mechanik

Bevor wir zur Kritik von Ernst Mach kommen, sollen an dieser Stelle kurz die für das Verständnis der Problematik nötigen Aspekte der Newtonschen Mechanik behandelt werden.
Die Aufgabe der Mechanik ist es, die Bewegung materieller Körper quantitativ zu beschreiben und zu berechnen. Im 17. Jahrhundert setzte sich eine neue Sicht über die Bewegung von Massen durch. Den Endpunkt setzte Newton mit seinem im Jahre 1686 erschienenen Werk *Philosophiae naturalis principia mathematica*[23], in dem er seine drei berühmten Gesetze aufstellte.
Darin führte er die Abweichung vom Bewegungszustand der Ruhe oder der gleichförmigen Bewegung auf Einflüsse aus der Umgebung, auf Kräfte zurück, deren Form er postulierte. Danach beeinflusst eine Kraft $\vec{F}$ die Bewegung einer Masse gemäß

$$\vec{F} = m_t \ddot{\vec{r}}, \tag{1}$$

wobei $m_t$ die träge Masse des Körpers und $\ddot{\vec{r}}$ die Beschleunigung ist. Dies ist eine Differenzialgleichung zweiter Ordnung, deren Lösung dann eindeutig bestimmt

[21] [Neumann 1870]
[22] Hugo von Seeliger (1849-1924) war einer der berühmtesten Astronomen seiner Zeit und Doktorvater von Karl Schwarzschild. Er war der Ansicht, dass die euklidische Struktur des Raumes, die nicht verschwindende Materiedichte des Universums und die globale Gültigkeit des Newtonschen Gravitationsgesetzes nicht miteinander vereinbar waren. Um ein stabiles Universum zu gewährleisten forderte Seeliger, dass das Newtonsche Gravitationsgesetz leicht korrigiert werden müsste.
[23] [Newton 1687]

ist, wenn die Anfangswerte von $\vec{r}(t)$ und deren 1. Ableitung vorgegeben werden. Wenn in einem Inertialsystem $S$ die Bahnkurve durch $\vec{r}(t)$ gegeben ist, so hat sie in der Newtonschen Mechanik in einem anderen Inertialsystem $S'$ die Form

$$\vec{r}'(t) = \vec{r}(t) + \vec{v}_0 t + \vec{r}_0$$

mit konstanten Vektoren $r_0$ und $v_0$ ($v_0$ : Relativgeschwindigkeit von $S$ und $S'$). Diese Transformation heißt Galilei-Transformation. Das Relativitätsprinzip der klassischen Mechanik lautet: Die Gesetze der klassischen Mechanik sind invariant unter Galilei-Transformationen.[24]

Beim Übergang von einem Inertialsystem in ein rotierendes Bezugssystem treten dagegen Trägheitskräfte auf.[25] Die Newtonsche Bewegungsgleichung (1) hat in solch einem Nicht-Inertialsystem nicht mehr diese einfache Form. Es treten folgende Zusatzterme auf:

$$\begin{aligned} \vec{F}_{Cor} &= -2m(\vec{\omega} \times \dot{\vec{r}}), \qquad (\text{für} \quad \vec{\omega} \perp \vec{r}: \quad F_{Cor} = -2m\omega\dot{r}) \qquad (2) \\ \vec{F}_{Zentr} &= -m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}), \qquad (\text{für} \quad \vec{\omega} \perp \vec{r}: F_{Zentr} = -m\omega^2 r). \end{aligned}$$

Das Auftreten dieser zusätzlichen Kräfte war für Newton das Kriterium für eine Bewegung gegenüber dem absoluten Raum.

[24] Das galt für die Mechanik bis zu Einsteins Zeiten. Seit Einsteins Postulat, nach dem die Lichtgeschwindigkeit in allen Inertialsystemen konstant ist, wird der Übergang von einem Inertialsystem in ein anderes genaugenommen durch die Lorentz-Transformationen beschrieben. Für Geschwindigkeiten, die klein gegenüber der Lichtgeschwindigkeit sind, stellen die Galilei-Transformationen allerdings eine hinreichend gute Näherung dar.

[25] Häufig werden diese auch *Scheinkräfte* genannt, weil für sie keine sichtbaren Ursachen vorhanden sind.

## 1.3 Die Kritik von Ernst Mach

Im Jahr 1883 tratt der österreichische Physiker und Erkenntnistheoretiker Ernst Mach in seinem Buch *Die Mechanik - historisch-kritisch dargestellt*[26] mit einer scharfen Kritik an Newtons Konzepten hervor. Bei diesem Werk handelt es sich nicht um ein gewöhnliches Lehrbuch der klassischen Mechanik, wie Mach im Vorwort zur ersten Auflage verdeutlichte:

> „Vorliegende Schrift ist kein Lehrbuch zur Einübung der Sätze der Mechanik. Ihre Tendenz ist vielmehr eine aufklärende oder, um es deutlicher zu sagen, eine antimetaphysische.“[27]

### 1.3.1 Mach, der Erkenntnistheoretiker

Ernst Mach gilt als derjenige, der mit größtem Nachdruck auf eine Umformulierung der Grundlagen der Physik auf rein relative Begriffe bestand, auch wenn er seine Gedanken häufig nicht konsequent ausführte.

In der Newtonschen Mechanik offenbarte sich für Mach ein schwerwiegender erkenntnistheoretischer Mangel, denn Newton handele gegen seine eigene Absicht, nur das Tatsächliche zu untersuchen. Dabei richtete sich Machs Aufmerksamkeit vor allem auf Newtons Begriffe der absoluten Zeit, der absoluten Bewegung und des daraus resultierenden absoluten Raumes. Über die beiden letzteren schreibt er:

Abbildung 1: Ernst Mach

> „Über den absoluten Raum und die absolute Bewegung kann niemand etwas aussagen, sie sind bloße Gedankendinge, die in der Erfahrung nicht aufgezeigt werden können. Alle unsere Grundsätze der Mechanik sind, wie ausführlich gezeigt worden ist, Erfahrungen über relative Lagen und Bewegungen der Körper.“[28]

[26] [Mach 1963]

[27] Aus dem Vorwort von Mach, Ernst, (1883), *Die Mechanik in ihrer Entwicklung*, Leipzig, F.A. Brockhaus.

[28] [Mach 1963], S. 222/223

Für den Positivisten[29] Mach sind in der Physik ausschließlich Aussagen zulässig, die auf beobachtbaren Erfahrungstatsachen beruhen; eine Ausdehnung der physikalischen Grundsätze über die Erfahrung hinaus ist für ihn sogar sinnlos, da für sie keine Anwendungsmöglichkeit besteht. Die wissenschaftlichen Theorien müssen an Phänomenen überprüft werden können, und sofern dieses nicht möglich ist, sind sie aus der Wissenschaft zu verbannen. Mach bezeichnet derartige Konzepte als „metaphysisch“[30], „sinnlos“ und „inhaltsleer“[31] oder gar mit Ausdrücken wie „Begriffsungetüme“[32]. Ein solches Begriffsungetüm war für ihn zum Beispiel der von Newton postulierte absolute Raum und die damit verbundene absolute Bewegung.
Auch für Einstein waren Erkenntnistheorie und Wissenschaft „aufeinander angewiesen. Erkenntnistheorie ohne Kontakt mit Wissenschaft wird zum leeren Schema. Wissenschaft ohne Erkenntnistheorie ist - soweit überhaupt denkbar - primitiv und verworren.“[33]
Im Jahr 1912 gehörte Einstein neben David Hilbert, Felix Klein, Sigmund Freud und anderen Wissenschaftlern zu den Unterzeichnern eines Aufrufes zur Gründung einer „Gesellschaft für positivistische Philosophie“. Ein anderer Positivist, Moritz Schlick[34], wird später der erste Philosoph sein, der die ART einer fundierten Analyse aus Sicht des Positivismus unterzieht. Später wird sich Einstein jedoch von der positivistischen Erkenntnistheorie distanzieren.[35]

### 1.3.2 Machs Einfluss auf Einstein

Im Jahre 1897 kam Einstein zum ersten Mal mit den Machschen Ideen in Kontakt, nachdem sein engster Freund Michele Besso[36], der selbst sein Leben lang ein loyaler Mach-Anhänger blieb, ihm die Lektüre von Machs *Mechanik* empfohlen hatte.[37] Einstein betonte häufig, dass die Gedanken von Ernst Mach einen

[29] Der Historiker Klaus Hentschel bevorzugt den Begriff *Phänomenalist*. Siehe dazu [Hentschel 1990].
[30] Siehe [Mach 1963], S. 217.
[31] ibid., S.233.
[32] Siehe Vorwort zur 7. Auflage, in [Mach 1963].
[33] Siehe [Einstein 1949], „Bemerkungen zu den in diesem Bande vereinigten Arbeiten“, S. 507.
[34] [Schlick 1915]. Moritz Schlick (1862-1936) studierte Physik u.a. bei Max Planck in Berlin, wo er 1904 promovierte. 1911 habilitierte er sich in Rostock mit einer Abhandlung über den Wahrheitsbegriff in der Logik. Schlick war seit Beginn seiner philosophischen Laufbahn von Mach, Helmholtz und Poincaré beeinflusst. Über Schlicks Arbeit zur Relativitätstheorie sagte Einstein:„Sie gehört zu dem Besten, was bisher über Relativität geschrieben worden ist. Von philosophischer Seite scheint überhaupt nichts so klares über den Gegenstand geschrieben zu sein.“, Einstein an Schlick vom 14.12.1915.
[35] vgl. Abschnitt 4.2.
[36] Besso war später auch Studienkollege von Einstein sowie sein Kollege am Patentamt in Bern.
[37] Siehe Brief von Einstein an Carl Seelig vom 8.4.1952.

großen Einfluss auf ihn hatten.[38] In einem Brief aus dem Jahre 1915 an Moritz Schlick schrieb Einstein:

> „Es ist sehr gut möglich, dass ich ohne diese philosophischen Studien nicht auf die Lösung gekommen wäre.“[39]

In Einsteins Augen waren die positivistischen Lehren von Ernst Mach aber eher als eine geistige Strömung in der Wissenschaft seiner Generation anzusehen, welche nicht nur auf ihn selbst, sondern auch auf die anderen Physiker einen großen Einfluss ausübte, wie er 1916, sicherlich auch im Hinblick auf Max Plancks heftige Polemik gegen Mach,[40] verdeutlichte:

> „Tatsache ist, dass Mach durch seine historisch-kritischen Schriften, in denen er das Werden der Einzelwissenschaften mit viel Liebe verfolgt und den einzelnen auf dem Gebiete bahnbrechenden Forschern bis ins Innere ihres Gehirnstübchens nachspürt, einen großen Einfluß auf unsere Generation von Naturforschern gehabt hat. Ich glaube sogar, dass diejenigen, welche sich für Gegner Machs halten, kaum wissen, wieviel von Machscher Betrachtungsweise sie sozusagen mit der Muttermilch eingesogen haben.“[41]

In der Tat waren es nicht nur die engen Vertrauten Machs, wie Joseph Petzoldt oder Philipp Frank, sondern auch beispielsweise der Berliner Wissenschaftsphilosoph Hans Reichenbach, die Ernst Mach als einen der geistigen Großväter der ART ansahen.[42] Die meisten Anhänger Machs, der sich im übrigen selbst nicht als Philosoph sah, waren Pro-Relativisten und besonders Joseph Petzoldt entwickelte sich zu einem Einstein-Verteidiger.

[38] Außer der Machschen Lektüre studierte Einstein auch mit Begeisterung die Lehre von David Hume, der ein Vertreter des mit dem Positivismus verwandten Empirismus war. Hume: „Unsere Vernunft kann niemals ohne den Beistand der Erfahrung irgendwelche Ableitungen in Bezug auf wirkliches Dasein und Tatsachen vollziehen.“ Aus: Weischedel, Wilhelm, (1990), *Die philosophische Hintertreppe*, 12. Aufl., Nymphenburger, München, S. 204-212.

[39] Einstein an Schlick vom 14.12.1915.

[40] In einer Vorlesung in Leiden vom 9.12.1908 hatte Max Planck den Machschen Positivismus stark kritisiert, was zu einer bitteren Polemik zwischen den beiden führte (siehe Planck, Max, (1909) „Die Einheit des physikalischen Weltbildes“, in *Physikalische Zeitschrift 10* (1909), 62-75.). Zu Plancks späterer Kritik am Positivismus siehe auch: Heilbron, (1986), *The Dilemmas of an Upright Man: Max Planck as Spokesman for German Science*, Berkeley, University of California Press.

[41] Einstein im Nachruf auf Ernst Mach (1916), Coll.Pap. 6, Doc. 29, S. 279.

[42] Nachdem Ernst Mach im Jahre 1909 großes Interesse an der Relativitätstheorie zeigte, unterschrieb Einstein auf einer Postkarte an Mach mit den Worten: „Ihr Sie verehrender Schüler“ (Einstein an Mach vom 17.8.1909).

### 1.3.3 Machs rotierender Eimer

Das Problem, das Newton zu seinem Konzept des absoluten Raumes brachte, war, dass bei einer beschleunigten, speziell einer rotierenden Bewegung Trägheitskräfte völlig unabhängig davon auftreten, ob der Versuchskörper gegenüber anderen, sich in der Nähe befindlichen Massen rotiert. Mach zog die Möglichkeit in Betracht, dass es die Fixsterne seien, die die Zentrifugalkräfte verursachen, da diese genau dann auftreten, wenn ein Körper gegenüber dem Fixsternhimmel rotiert. Der Eimerversuch Newtons zeige lediglich,

> „dass die Relativdrehung des Wassers gegen die Gefäßwände keine merklichen Zentrifugalkräfte weckt, dass dieselben aber durch die Relativdrehung gegen die Masse der Erde und der übrigen Himmelskörper geweckt werden. Niemand kann sagen, wie der Versuch quantitativ und qualitativ verlaufen würde, wenn die Gefäßwände immer dicker und massiger, zuletzt mehrere Meilen dick würden.“[43]

Mach lässt diese Frage aber offen[44], so wie Machs Ausführungen überhaupt häufig vage, mehrdeutig und eher als vorsichtige Vorschläge anzusehen sind, was seitdem Anlass zu reichhaltigen Spekulationen und Interpretationen gab. Auch Hans Thirring übertreibt, wenn er sagt:

> „Mach stellt hier klipp und klar jenes Programm auf, das etwa 30 Jahre später durch Einstein in die Tat umgesetzt worden ist.“[45]

### 1.3.4 Interpretationen der Machschen Kritik

Zusammenfassend lassen sich zwei Aspekte aus der Machschen Kritik an der Newtonschen Mechanik herauslesen:

- Es sind nur *relative* Bewegungen eines Körpers gegenüber anderen Körpern beobachtbar, nicht gegenüber dem absoluten Raum (Relativität der Bewegung, *kinematisch*).
- Die Trägheitsbewegung eines Körpers wird von allen Massen des Universums *beeinflusst* (Relativität der Trägheit, *dynamisch*).

[43] [Mach 1963], S. 226

[44] Würde Mach an dieser Stelle weiterdenken, so könnte das Gedankenexperiment wie folgt verlaufen: In den mehrere Meilen dicken Eimerwänden denke man sich die Masse der Fixsterne vereinigt, so dass nun 'das Universum' um das Wasser rotiert. Da dies gleichbedeutend mit einer Drehung des Wassers gegenüber dem Universum ist, müssten Zentrifugalkräfte auftreten, welche die Wasseroberfläche krümmen. Später, wenn das Wasser durch die Reibung an den Wänden dieses 'Welteimers' mitgenommen worden ist und keine Relativdrehung zu den Wänden mehr ausführt, müsste die Oberfläche des Wassers flach sein.

[45] [Thirring 1921], S. 119

Nach Ansicht von J. Norton[46] gibt es zwei Lesarten, von denen er die erste bevorzugt:

1. Es ging Mach hauptsächlich darum, die Mängel der Newtonschen Theorie aufzuzeigen und einen Vorschlag zu machen, die klassische Mechanik neu zu formulieren, so dass sie der Erfahrung näher und von jeglicher Metaphysik frei ist.

2. Es ging Mach hier nur um Spekulationen, die aber aus Mangel an experimentellen Informationen nicht zur Aufstellung einer alternativen Theorie ausreichten.

Wie solch eine Machsche Mechanik aussehen könnte, erläutern Barbour und Bertotti in [Barbour 1977][47]:
Da nach den Machschen Vorstellungen in der Mechanik nur Relativbewegungen entscheidend sind, wäre es zweckmäßig, den Ausdruck für die kinetische Energie als Summe über *Distanzänderungen* zu schreiben. Anstelle der üblichen Formel für die kinetische Energie mit der einfachen Summe über alle Massen eines Systems

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \sum_a m_a \dot{r}_a^2$$

taucht nun eine Summe über alle Paare von Körpern auf:

$$E_{kin} = \frac{1}{2} G \sum_{ab} \frac{m_a m_b}{r_{ab}} \frac{\dot{r}_{ab}^2}{c^2} \quad .$$

In dieser Formel sind also nur die *Abstände* zwischen den Massenpunkten und deren *zeitliche Änderung* relevant. Es ergeben sich hieraus folgende Konsequenzen:[48]

- Existiert nur ein einziges Teilchen im ansonsten leeren Kosmos, so gibt es kein Bewegungsgesetz, da es für eine Bewegung keinerlei Orientierungspunkte gibt.

[46] Siehe dazu [Norton 1995].
[47] Siehe K. Liebschers Buch *Kosmologie* [Liebscher 1994].
[48] Das Wirkungsintegral $S = \int dt(E_{kin} - E_{pot})$, das die Bewegung in diesem Fall bestimmt, ist invariant gegenüber Änderungen von Position, Orientierung, Geschwindigkeit und Rotation des Gesamtsystems, da davon die Abstände der Körper untereinander nicht beeinflusst werden. Man sagt, diese Mechanik ist invariant gegen die *kinematische Gruppe des euklidischen Raumes.*
Das Wirkungsintegral der kinetischen Energie der Newtonschen Mechanik ist dagegen nur gegen die *Galilei-Gruppe* invariant, d.h. gegen Position, Orientierung und geradlinig gleichförmiger Translationsbewegung, während beschleunigte Translationsbewegung und gleichförmige Rotation des Gesamtsystems bestimmt sind. Die hierbei entstehenden Trägheitskräfte waren für Newton, wie dargestellt, der Existenzbeweis des absoluten Raumes.

- Existieren nur zwei einzelne Teilchen im ansonsten leeren Kosmos, so gibt es nur eine Bewegungsgleichung für ihren Abstand, nicht jedoch für eine Rotation umeinander, da die Orientierung ihrer Verbindungslinie nicht festgelegt werden kann.

- Auch wenn das System aus vielen Massenpunkten besteht, lässt sich keine Rotation bestimmen. Der Kosmos selbst kann daher nicht rotieren, sondern nur Teile gegen den Kosmos.[49]

### 1.3.5 Die Mitführung des Inertialsystems

Die Idee der kinematischen Relativität kann man mit Sicherheit aus Machs Mechanik ablesen. Sie äußert sich durch Mitführungseffekte des Inertialsystems durch bewegte Massen. Der Effekt wurde von Einstein bereits aus seiner Theorie von 1912 berechnet und später von Hans Thirring auf der Basis der fertigen ART wiederholt.[50] Wie wir noch in diesem Kapitel sehen werden, gab es bereits vor Einstein Versuche, den Mitführungseffekt experimentell nachzuweisen. Es ist heute allgemein anerkannt, dass die Mitführungseffekte des Inertialsystems das stärkste Argument für die Implemantation Machscher Ideen in der ART darstellen. Dieser Effekt soll nun erläutert werden.
In der Newtonschen Mechanik ist ein Massenpunkt bestrebt, seinen Zustand der Ruhe oder gleichförmigen Bewegung gegenüber dem absoluten Raum beizubehalten; bei einer derart unbeschleunigten Bewegung befindet er sich in einem Inertialsystem. Ein Inertialsystem ist dadurch charakterisiert, dass Trägheitskräfte auf einen Körper wirken, sobald dieser sich in irgendeiner Weise beschleunigt gegenüber dem Inertialsystem bewegt. Die Machsche Idee besteht nun darin, das Inertialsystem vom absoluten Raum zu lösen und statt dessen quasi „fest“ an die Massen zu binden.Im Falle des Machschen Eimerversuchs sähe das folgendermaßen aus: Die mehrere Meilen dicken Eimerwände sollen die Massen (wenigstens einen Teil) des Universums repräsentieren. Werden diese, von einem im Unendlichen ruhenden Beobachter aus betrachtet, in Rotationbewegung mit der Winkelgeschwindigkeit $\omega$ versetzt, so reißen sie das fest mit ihnen verbundene Bezugssystem, also den „Raum“, mit sich. Während nun bei Beginn des Versuches das Wasser in dem Welt-Eimer stillsteht, rotiert es in Bezug auf die massigen Eimerwände mit der Winkelgeschwindigkeit $-\omega$, d.h. es bewegt sich beschleunigt gegenüber dem sich drehenden Inertialsystem. Somit ist zu erwarten, dass Trägheitskräfte auftreten, die eine konkave Wölbung der Wasseroberfläche verursachen. Wird nun nach und nach das Wasser durch die Reibung an den Gefäßwänden mitgerissen, so verringert es seine Winkelgeschwindigkeit gegenüber dem Inertialsystem, so dass die Zentrifugalkraft abnimmt und schließlich

[49] Das Keplerproblem stellt die Bewegung eines solchen Untersystems im Kosmos der übrigen Körper dar.

[50] Einstein verwendete für den Mitführungseffekt meistens den Ausdruck „Relativität der Trägheit“. Heutzutage spricht man vom „Thirring-Lense-Effekt“ (siehe Kapitel 2/3).

ganz verschwinden müsste, wenn das Wasser ebenfalls mit $\omega$ rotiert. Das wäre aber nur der Fall, wenn in den Eimerwänden tatsächlich die gesamte Masse des Universums vereinigt wäre, was physikalisch gesehen absurd ist, da einer Rotation des gesamten Universums keine reale Bedeutung zukommt. Wird aber nur ein Teil der Massen in Rotation versetzt und somit das Inertialfeld auch von ruhenden Massen bestimmt, so muss der Mitführungseffekt geringer ausfallen, so dass sich das Inertialsystem mit einer Winkelgeschwindigkeit $\omega' < \omega$ bewegt. Für den Machschen Wassereimer bedeutet das, dass zwar die Zentrifugalkraft, die von dem rotierenden Eimer herrührt, mit zunehmender Rotationsgeschwindigkeit des Wassers abnimmt, die Zentrifugalkraft, die von den ruhenden Massen herrührt, dagegen zunimmt, so dass die Wasseroberfläche auch bei einer Winkelgeschwindigkeit $\omega$ nach wie vor eine paraboloide Form annimmt.
Dieses Phänomen führt dazu, den sogenannten *Mitführungskoeffizienten* $q$ für eine rotierende Masse zu definieren. Dieser ergibt sich aus dem Quotienten aus der Winkelgeschwindigkeit des Inertialsystems und der Winkelgeschwindigkeit der rotierenden Masse und liefert somit einen Wert für deren Einfluss auf das Inertialsystem:

$$q = \frac{\omega'}{\omega}.$$

Würde also die Gesamtmasse des Universums rotieren, wäre $q = 1$.[51] In der Realität gilt also $0 < q < 1$.

### 1.3.6 Erzeugung von träger Masse durch andere Massen

Einstein interpretierte in die Machschen Ideen allerdings noch mehr hinein. Danach sollte die *träge Masse* eines Körpers allein darauf zurückzuführen sein, dass noch andere Körper in dessen Umgebung existieren. Man wird in Machs Schriften allerdings vergeblich nach einem Postulat suchen, wonach die träge Masse eines Körpers ganz durch Wechselwirkungen mit anderen Körpern verursacht wird. Mach behauptete lediglich, dass die Trägheits*bewegungen* durch die restlichen Massen beeinflusst werden. Einstein spricht in dem Zusammenhang meistens von „Trägheit“ anstelle von „träger Masse“ eines Körpers, was mit Sicherheit zur Verwirrung beitrug.
Es gelang ihm schließlich auch, diesen Effekt im Jahre 1912 aus seiner Theorie des statischen Gravitationsfeldes herzuleiten.[52] Im Anschluss daran bemerkte Einstein:

> „Es ist dies ganz derjenige Standpunkt, welchen E. Mach in seinen scharfsinnigen Untersuchungen über den Gegenstand geltend gemacht hat.“[53]

[51] Man beachte die oben erwähnten Einwände.
[52] [Einstein 1912c]
[53] ibid.

Was gar nicht in Machs Absicht lag, war der Versuch, ein neues Prinzip zu kreieren, welches den ganzen Kosmos umfasst, wie es später Einsteins Wunsch war. Mach lehnte ohnehin die Kosmologie als physikalische Disziplin ab, da immer nur eine beschränkte Anzahl von Massen unserer Kenntnis zugänglich ist, was seiner Forderung nach ausschließlich beobachtbaren Erfahrungstatsachen nicht genügte.

> „Das Trägheitsgesetz basiert auf Erfahrung, die nie komplett ist und nie komplettiert werden kann.“[54]

Erstaunlicherweise stellte sich aber heraus, dass Mach solche Missinterpretationen duldete, denn er sah sich nie dazu gezwungen, Einsteins diesbezügliche Aussagen zu korrigieren.

### 1.3.7 Machs Briefwechsel über das Rotationsproblem

Deutlicher als in seinen Werken wird der Machsche Standpunkt aber in seiner Korrespondenz ersichtlich, vor allem in der mit seinem Schüler Joseph Petzoldt[55]. Petzoldt galt als großer Anhänger der Machschen Ideen und wurde später einer der wichtigsten Einstein-Befürworter, hatte jedoch hin und wieder Schwierigkeiten, die physikalischen Sachverhalte sofort richtig zu verstehen, was zu einer interessanten und oft aufschlussreichen Korrespondenz mit den Hauptakteuren führte. So bat Petzoldt Mach darum zu erläutern, inwiefern sich der Versuch mit dem Wassereimer bei Dickerwerden der Eimerwände verändern würde. Petzoldt gab zu bedenken:

> „Sie machen doch damit das Auftreten der Zentrifugalkräfte von der Größe der umgebenden Massen statt von der (relativen) Drehung der Massen abhängig. Die Zentrifugalkräfte werden doch nur durch die Relativdrehung gegen die *Orte* der Masse der Erde und der übrigen Himmelskörper geweckt.“[56]

Petzoldt verstand hier Mach also in rein kinematischem Sinne. Für ihn spielten die Himmelskörper nur eine zufällige Rolle. Auch das Problem der Neumannschen Flüssigkeitskugel[57] interpretierte Petzoldt in rein kinematischer Hinsicht und gelangte zu der Ansicht, dass man bei Abwesenheit aller Massen sich den Körper sowohl abgeplattet als auch kugelförmig vorstellen darf, ohne in einen Widerspruch zu geraten. In seinem Antwortbrief[58] schrieb Mach, dass er Probleme hatte, die Argumentation von Petzoldt zu verstehen und bat ihn, dessen

[54] [Mach 1963]
[55] Joseph Petzoldt (1862-1929) war zunächst Gymnasiallehrer und später a.o. Professor für Philosophie an der Technischen Hochschule Berlin.
[56] Petzoldt an Mach vom 3.9.1914, siehe [Hentschel/Blackm. 1985].
[57] [Neumann 1904], siehe Abschnitt 1.2.4.
[58] Mach an Petzoldt vom 18.9.1904, siehe [Hentschel/Blackm. 1985].

Ansichten in einer ausführlichen Abhandlung niederzuschreiben. Für uns ist es aber wichtiger, wie Mach daraufhin seinen eigenen Standpunkt verdeutlichte. Danach war es für ihn natürlich, sich die Gravitationsvorgänge wie auch die Trägheitsbewegungen als durch die Massen der Körper bestimmt zu denken. Mach formulierte also klar und deutlich, dass er an ein dynamisches Prinzip glaubte und hoffte in dem Zusammenhang auf experimentelle Bestätigungen[59], bemerkte aber gleichzeitig, dass auch ein negativer Ausgang der Experimente viel an Einsicht dazugewinnen ließe. Mach sprach hier also von Trägheit*bewegungen*, womit er die Bewegungen meinte, bei denen Trägheitskräfte auftreten, während Einstein fast immer von der *Trägheit* der Körper redete und damit deren *träge Masse* meinte.

Was die Übermittlung der Wirkungen betrifft, so war für Mach die 40 Jahre zuvor noch vorherrschende Vorstellung einer Fernwirkung der Vorstellung einer Berührungswirkung unterlegen, weil diese besser zum Ausdruck bringt, dass alle Körper einer Welt angehören; sie habe den „Vorzug der Kontinuität und der Vollständigkeit“. Werden also die Wirkungen durch ein Medium vermittelt (wie es auch immer heißen möge: Materie, Äther, Raum...), so muss man zu der Vorstellung kommen, dass die Zustände dieses Mediums von den Körpermassen bestimmt werden. Da außerdem die Bewegung eines Körpers nur in Bezug auf die anderen beschrieben werden kann, ist die Vorstellung, dass seine Bewegung von jenen Massen bestimmt wird, wenigstens nicht ohne weiteres abzuweisen. Auch hier unternimmt Mach keinen über die Erfahrung hinausgehenden Schritt und spekuliert: „Vielleicht ist die Fortbewegung eine Angelegenheit des bewegten Körpers und Mediums *allein*.“[60]
Das Neumannsche Gedankenexperiment war für Mach nicht überzeugend, da ohne Bezug auf eine Umgebung keine Rotation vorstellbar und kein Anhaltspunkt für die Bestimmung einer Abplattung vorhanden ist. Dazu äußert er sich folgendermaßen:

> „In dem Neumannschen Fall handelt es sich aber um *denselben* Körper[61], den ich zugleich als rotirend und nicht rotirend, und was schlimmer ist, als abgeplattet und nicht abgeplattet erwarten soll, wenn nicht der absolute Raum aus der Klemme hilft. Warum solls aber gerade der absolute Raum thun? Ist es nicht natürlicher anzunehmen, dass das Wegdenken der übrigen Körper das Unglück verschuldet hat? Ich möchte behaupten, dass die Annahme zweier Fälle im leergefegten Weltraum eine ungerechtfertigte Willkürlichkeit ist. Wir haben nur einen Fall, über welchen uns ein Gedankenexperiment nicht hinausführen kann.“[62]

[59] Mehr dazu im nächsten Abschnitt.
[60] Mach an Petzoldt vom 18.9.1904, siehe [Hentschel/Blackm. 1985].
[61] Von einem rotierenden Körper in einem leeren Universum zu sprechen ist für Mach sinnlos.
[62] Mach an Petzoldt vom 18.9.1904, siehe [Hentschel/Blackm. 1985].

## 1.4 Experimente zum Mitführungseffekt vor der Entwicklung der ART

Machs Werk regte in den darauffolgenden Jahrzehnten verschiedene Physiker dazu an, sich mit der Relativität der Trägheit zu befassen. Deren Werke erschienen unabhängig voneinander und ohne Bezug auf die jeweils anderen. Typisch für die verschiedenen Arbeiten ist das Vorschlagen von Experimenten, die die Machsche Idee der Mitführung des Inertialsystems bestätigen sollten. Bevor Einstein ins Rampenlicht trat, blieben die Physiker, die sich diesem Thema widmeten, allerdings am Rande der physikalischen Gemeinschaft. Nach Ansicht von J. Norton[63] gab es wahrscheinlich eine ganze Reihe von solchen Physikern, doch nur drei Werke aus der damaligen Zeit sind bekannt geworden. Der Grund hierfür ist offensichtlich: Mach und Einstein erwähnten deren Namen in späteren Veröffentlichungen und nahmen zu deren Werken Stellung. Einstein hob eine Arbeit von W. Hofmann hervor[64]; Mach nahm Stellung zu den Experimenten der Gebrüder Friedländer und A. Föppl.[65] Diese drei Werke sollen im folgenden vorgestellt werden.

### 1.4.1 Das Experiment der Gebrüder Friedländer

Das wahrscheinlich erste ernsthafte Experiment, welches demonstrieren sollte, dass die bei der Rotation auftretenden Trägheitskräfte von der relativen Rotationsbewegung bezüglich anderer Massen abhängen, war das der Gebrüder Immanuel und Benedict Friedländer im Jahre 1894. Aus ihren eigenen Äußerungen kann man erkennen, dass ihnen das Werk von Mach geläufig war. Das Experiment, das sie in ihrer im Jahre 1896 erschienenen Schrift *Absolute oder relative Bewegung?*[66] erläuterten, konnte bis zu dem Zeitpunkt allerdings noch nicht mit dem gewünschten Erfolg durchgeführt werden. So war ihre Arbeit auch als Aufforderung an andere Experimentatoren zu verstehen, denn die beiden Physiker äußerten sich sehr skeptisch über die Erfolgsaussichten der Versuche. Würde das Experiment aber gelingen, so sollte das eine Aufforderung an die Theoretiker sein, Gravitation und Trägheit auf ein einheitliches Gesetz zurückzuführen.
Die Idee, die von Immanuel Friedländer erdacht wurde, war die folgende: Um das im vorigen Abschnitt erwähnte „Festhalten der Erde“ und „Drehen des Fixsternhimmels“ und damit die mehrere Meilen dicken Eimerwände aus Machs berühmtem Zitat zu simulieren, versetze man eine besonders große Masse, in diesem Fall ein großes Schwungrad im Walzwerk von Peine, in Rotation und stelle eine sich

[63] Siehe [Norton 1995].
[64] [Einstein 1913d]
[65] [Mach 1963]. Man beachte aber, dass Mach in den früheren Ausgaben von *The Science of Mechanics* wenig an experimentellen Tests interessiert war. Im Jahre 1904 schlug er allerdings Joseph Petzoldt in deren Korrespondenz ein Experiment vor, erläutert dieses aber absolut unverständlich. Siehe Mach an Petzoldt vom 18.9.1904, in [Hentschel/Blackm. 1985].
[66] [Friedländer 1896]

in der (horizontalen) Rotationsachse des Rades befindliche Drehwaage so nah wie möglich an die Ebene des Schwungraes heran. Bei der Drehwaage handelt es sich um ein einfaches, aber hochempfindliches Messinstrument, das aus einer drehbar gelagerten Nadel besteht, an deren Enden sich zwei kleine Kugeln befinden. Bei einem positiven Versuchsergebnis sollte sich nun die Nadel, die anfangs bei stillstehendem Rade nicht parallel zur Ebene des Schwungrades steht, aufgrund des durch die Rotation der schweren Masse erzeugten Zentrifugalfeldes in eine zur Schwungradebene parallele Richtung stellen, denn die Zentrifugalkraft würde bewirken, dass die Kugeln bestrebt sind, sich möglichst weit von der Drehachse des Rades zu entfernen. Dazu Friedländer:

> „War diese Erscheinung nachzuweisen, so war der Anstoß zu einer Umformung der Mechanik gegeben und zugleich ein weiterer Ausblick in das Wesen der Gravitation gewonnen, da es sich ja dabei nur um Fernwirkungen[67] von Massen und zwar hier der Abhängigkeit dieser Fernwirkungen von relativen Rotationen handeln kann.“[68]

Wegen der enormen Empfindlichkeit des Messinstruments gab es allerdings eine ganze Reihe von Fehlerquellen (hauptsächlich Temperaturschwankungen und Luftbewegungen), die beseitigt werden mussten. Selbst Versuche mit einer Drehwaage, die sich in einem doppelwandigen Kupferkasten mit einer 14mm dicken Wasserschicht zwischen den beiden Wänden befand, zeigten, dass diese Maßnahmen nicht ausreichten, um die Nadel von äußeren Wärmequellen völlig unabhängig zu machen. Somit konnte der Versuch vorerst keine befriedigenden Resultate liefern.

### 1.4.2 Die theoretischen Überlegungen der Gebrüder Friedländer zur Relativität der Bewegung

Im zweiten, von Benedict Friedländer verfassten Teil der Arbeit, knüpfte dieser an die von Ernst Mach geäußerte Kritik an der alten Theorie an, und erläuterte dessen erkenntnistheoretische Bedenken allgemeinverständlich. Außerdem versucht er auf anschauliche Weise, das bisherige „absolute“ Trägheitheitsgesetz zu einem „relativen“ umzuformulieren, um daraus das Verhalten der Drehwaage in der Nähe der rotierenden Masse abzuleiten. Friedländer formulierte das relative Trägheitsgesetz folgendermaßen:

> „Alle Massen streben danach, ihren *gegenseitigen* Bewegungszustand nach Geschwindigkeit und Richtung aufrecht zu erhalten; zu jeder Änderung ist positiver oder negativer Energieverbrauch erforder-

[67] Gemeint ist hier nicht die unvermittelte Fernwirkung. Die Gebrüder Friedländer waren, wie viele andere auch, der Ansicht, dass der Raum von einem Medium erfüllt ist, welches zur Vermittlung der Trägheit bzw. der Gravitationskraft dient.

[68] [Friedländer 1896]

> lich, d.h. also, Arbeit wird entweder erheischt - bei Geschwindigkeitsvergrößerung - oder geleistet - bei Geschwindigkeitsverringerung.“[69]

Hieraus leiteten die Brüder Friedländer interessante Folgerungen ab, auch wenn diese nur einen hypothetischen und unausgereiften Charakter haben. Sieht man die Trägheit eines Körpers nicht mehr als dessen Widerstand gegen Beschleunigungen bezüglich eines fest im Raum sitzenden Koordinatensystems an, sondern als Widerstand gegen Bewegungsänderungen bezüglich anderer Massen, so würde sich eine solche Bewegungsänderung daher auch an den „ruhenden“ Körpern bemerkbar machen. Beispielsweise ergeben sich damit für eine geradlinig gleichförmige Bewegung folgende Konsequenzen:

1) Die beschleunigte Annäherung sowie die verzögerte Entfernung eines Körpers A gegenüber einem Körper B wirkt auf diesen abstoßend.

2) Die beschleunigte Entfernung sowie die verzögerte Annäherung eines Körpers A gegenüber einem Körper B wirkt auf diesen anziehend.[70]

Bei entsprechenden Versuchen auf der Erde wäre dieser Effekt natürlich äußerst gering, da hier die Trägheit des Körpers B gegenüber der (ruhenden) Erde dominiert.

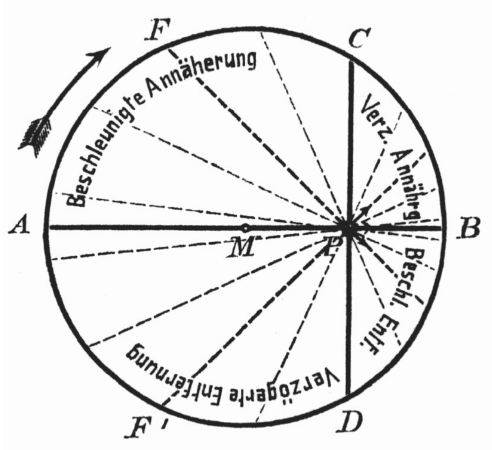


Fig. 1.

Abbildung 2: Schwungrad

Die obigen Überlegungen werden nun auf das Schwungrad bezogen: Im Punkt $P$, der so nah wie möglich an der Ebene des Rades liegen soll, befinde sich ein leicht beweglicher Massenpunkt, z.B. eine der beiden Kugeln am Ende der Nadel der Drehwaage. Das Rad lässt sich nun in vier Bereiche einteilen, die gemäß der obigen Überlegungen unterschiedliche Wirkungen auf die Masse in $P$ ausüben und zu einer resultierenden Kraft in Richtung von $B$ führen (siehe Abbildung). Die links von der Strecke $CD$ liegenden Massenteile üben nämlich eine abstoßende Wirkung auf die Masse in $P$ aus, während die rechts liegenden Teile sie anziehen. Leider verzichtete Friedländer auf einen analytischen Nachweis.

[69] ibid.

[70] Diese Effekte leitete Einstein im Jahre 1912 aus seinen Feldgleichungen der statischen Theorie sowie 1913 aus der „Entwurf-Theorie“ her, indem er die Wirkung einer geradlinig beschleunigten Kugelschale auf einen Massenpunkt in ihrem Innern berechnete. Auf diesen Massenpunkt wird eine beschleunigende Kraft, die in derselben Richtung wie die Beschleunigung der Kugelschale wirkt, induziert. Siehe Abschnitt 2.1.4.

Obwohl dieses Werk weder fundierte experimentelle Ergebnisse noch mathematische Nachweise lieferte, ist es aufgrund der kühnen Gedanken bemerkenswert und durchaus als Anregung für andere Wissenschaftler geeignet. Interessant ist vor allem, dass die Gebrüder Friedländer einen Zusammenhang zwischen träger Masse und Gravitation vermuteten, welcher von Mach nicht geäußert wurde, und damit schon Einsteins Überlegungen vorwegnahmen. Außerdem wiesen sie bereits, wie auch Einstein später, auf die Analogie zur elektromagnetischen Induktion hin. Unklar ist, ob Einstein Kenntnis von der Arbeit hatte. In den Einstein-Dokumenten taucht der Name Friedländer nicht auf, auch nicht in seinem ersten Vortrag zum Problem der Relativität der Trägheit auf der 85. Naturforscherversammlung in Wien im Jahre 1913. Dort hob er eine von den theoretischen Überlegungen her sehr ähnliche Arbeit von Wenzel Hofmann hervor, die 1904 erschien, war.

### 1.4.3 Das Werk von Wenzel Hofmann

Hofmann formulierte ebenfalls ein relatives Trägheitsgesetz, indem er betonte, dass jeder Körper dem Erhaltungsgesetz seines *relativen Bewegungszustandes* bezüglich aller anderen Körper im Raum unterworfen ist.[71] Das jeweilige Bewegungsverhalten eines Körpers ist dann das Resultat der Einzelwirkungen aller anderen Körper.
Auch Hofmann war sich des spekulativen Charakters seiner Überlegungen bewusst und betonte die Notwendigkeit von Experimenten. Ebenso wie die Gebrüder Friedländer wollte er auf die Unhaltbarkeit des bisherigen Trägheitsgesetzes aufmerksam machen und zu weiteren Studien in dieser Richtung anregen. Die Relativität der Trägheit erläuterte Hofmann von einem energetischen Standpunkt aus: Jeder träge Körper in Bewegung besitzt eine bestimmte kinetische Energie (*vis viva*). Man stelle sich nun ein Universum vor, in dem nur zwei (verschieden große) Massen $M$ und $m$ existieren, die sich geradlinig gleichförmig annähern. Von einem mit $M$ fest verbundenen Bezugssystem aus betrachtet bewegt sich die Masse $m$ mit der konstanten Geschwindigkeit $v$ und besitzt somit eine *vis viva* von $1/2mv^2$. Von $m$ aus betrachtet bewegt sich $M$ mit der betragsmäßig gleichen Geschwindigkeit $v$; somit hat $M$ eine kinetische Energie von $1/2Mv^2$, die anscheinend größer ist als im ersten Fall. Würde man nun aber die Energie messen, die beim Zusammenstoß der beiden Massen frei wird, beispielsweise durch eine zwischen ihnen befindliche Feder, die um eine gewisse Strecke zusammengedrückt und dann „eingefroren“ wird, so erhielte man die gleiche Verkürzung der Feder, unabhängig von dem vorher betrachteten Bezugssystem. Somit kam Hofmann zu der wichtigen Folgerung: Wenn sich zwei Massensysteme $M$ und $m$ in Relativbewegung befinden, ist die *vis viva* von $M$ bezüglich $m$ gleich der *vis*

[71] Siehe [Hofmann 1904]. Das Werk war im deutschsprachigen Raum nicht auffindbar. Ein Auszug aus Hofmanns Werk in englischer Übersetzung befindet sich aber in [Einst. Studies 6], S. 128-133.

*viva* von $m$ bezüglich $M$. Die Gleichheit der kinetischen Energie in beiden Fällen gilt auch noch, wenn man wie im Falle unseres Universums die große Masse $M$ gegen Unendlich gehen lässt. Hofmann folgerte, dass die kinetische Energie einer Masse $m$ in Bewegung nicht allein von ihrer eigenen Masse, sondern auch von $M$ (bzw. allen übrigen Massen) abhängt. Die von ihm vorgeschlagene Formel für die kinetische Energie lautet

$$L = k \cdot M \cdot m \cdot f(r) \cdot v^2,$$

wobei $k$ eine Konstante ist, die eine geeignet normierte *vis viva* angibt. Da möglicherweise auch die Distanz der beiden Körper berücksichtigt werden muss, kommt noch eine Funktion des Abstandes $f(r)$ in der Formel vor. Hofmann war somit der erste, der postulierte, dass bei einer relativen Theorie der Trägheit die kinetische Energie von der Summe über die *Produkte* über alle möglichen Paare von Massen abhängt, und der auf diese Weise der Machschen Idee einen physikalischen und mathematischen Rahmen gab.[72] In Hofmanns Werk finden sich allerdings keine technischen Einzelheiten und Folgerungen seiner neuen Formel in systematischer und ausführlicher Weise. Dies übernahm in den Jahren 1914/15 Hans Reissner, ohne allerdings Hofmann als den Schöpfer des Gesetzes zu erwähnen.[73] Möglich ist deshalb auch, dass Reissner unabhängig von Hofmann auf dieselbe Vermutung stieß.

Dieselben Überlegungen zur Relativität der Trägheit übertrug Hofmann dann auch auf Rotationsbewegungen; sie lesen sich sehr ähnlich wie die in Machs *Mechanik*. In Bezug auf das Foucaultsche Pendel erläuterte Hofmann, etwas genauer als Friedländer, dass die Pendelebene aufgrund der riesigen Masse des Sternensystems dessen Bezugssystem folgt, während der Einfluss der Erde sehr klein ist, sich aber doch dadurch bemerkbar machen müsste, dass eine volle Umdrehung etwas länger als einen Sternentag dauert. Hofmanns Vorschlag für ein Experiment auf der Erde besteht aus einem Pendel, welches über einer sehr schnell rotierenden großen Masse schwingt, deren Einfluss sich dann mit dem der übrigen Himmelskörper überlagern würde.

### 1.4.4 Das Experiment von August Föppl

Föppls Idee bestand darin, zu demonstrieren, dass die Trägheit der Erde einen verzögernden Einfluss auf das Drehen der Ebene des Foucaultschen Pendels hat, so dass die Pendelebene nicht exakt gegenüber dem Fixsternhimmel beibehalten wird. Er war allerdings der Ansicht, dass auch bei optimalen Versuchsbedingungen mit stark verfeinerten Messmethoden der Foucaultsche Pendelversuch in seiner bisherigen Form aufgrund der Fehlerquellen nicht geeignet sei. Statt des-

[72] Selbst Poincaré scheiterte zwei Jahre zuvor an diesem Versuch, obwohl er das Problem richtig formuliert hatte (siehe [Poincaré 1905]).

[73] [Reissner 1914], [Reissner 1915]

sen schlug er einen Kreiselversuch vor, bei dem ein Gyroskop verwendet wird.[74] Obwohl Klein und Sommerfeld in einem kurz zuvor erschienenen Buch[75] die Genauigkeit bei Kreiselversuchen als unzureichend kritisiert hatten, war Föppl davon überzeugt, dass sein Versuchsaufbau zum Erfolg führen würde.

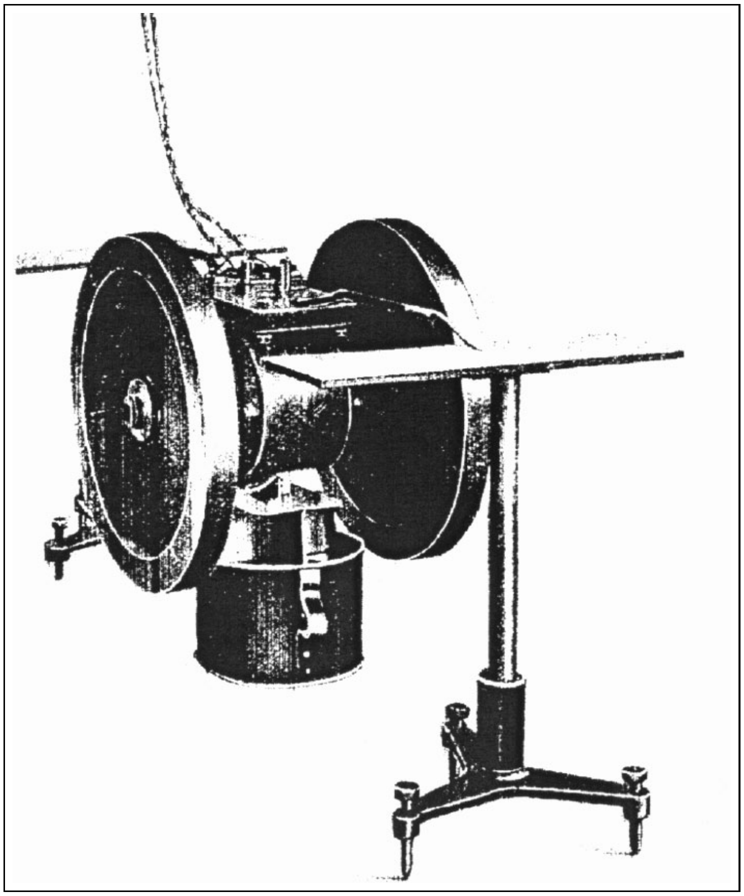

Abbildung 3: Föppls Gyroskop

Föppls Versuchsapparat bestand aus zwei eisernen Schwungrädern vom Durchmesser 50 cm und einem jeweiligen Gewicht von 30 kg, welche an den Enden einer horizontalen Welle befestigt waren, die von einem Elektromotor auf eine Umdrehungszahl von bis zu 2400 Umdrehungen pro Minute beschleunigt werden konnte. Um eine Verfälschung der Versuchsergebnisse durch Luftbewegungen auszuschließen, rotierten die Scheiben in einem schmalen Metallkasten. Der Apparat hing an drei Stahldrähten von der Decke eines hohen Raumes herab. Aus dem Verdrehen der Kreiselachse bei Rotation gegenüber der Achsenposition im Ruhezustand (sofern die Kreiselebene anfangs in Nord-Süd-Richtung zeigte) gelang es Föppl, die Umdrehungsgeschwindigkeit der Erde zu berechnen, welche er dann mit der von Astronomen gemessenen Winkelgeschwindigkeit der Erde gegenüber den Fixsternen verglich. Wegen des zu geringen Effekts blieb auch dieser Versuch ohne Erfolg.[76]

In Machs Ausgabe der *Mechanik* von 1908 findet sich im Anhang eine

[74] Solche Kreiselversuche hatten auch schon Foucault, der das Gyroskop im Jahre 1852 erfunden hatte, und andere Physiker durchgeführt (siehe [Föppl 1904a]. Eine Aufzählung der dazu gehörigen Literatur findet man in: Winkelmann, (1891),*Handbuch der Physik*, Vol.1, Breslau, S. 187.

[75] *Über die Theorie des Kreisels*, Leipzig, 1903

[76] Leider hatte das Föpplsche Experiment nur eine Genauigkeit von 2% in der Winkelgeschwindigkeit der Erde. Heute wissen wir durch die Berechnungen von Thirring und Lense, dass der Effekt eine experimentelle Genauigkeit von $10^{-9}$ erfordern würde, was selbst mit heutiger Technologie nicht zu erreichen wäre. Mehr zu Thirring und Lense im Kapitel 3.

ausführliche und sehr positive Kritik zu den beiden Arbeiten Föppls wieder. Im Gegensatz zu Hofmann und den Friedländers handelte es sich bei Föppl um den ersten Wissenschaftler von hohem Rang, der das Machsche Problem klar formulierte.[77] Allerdings blieben seine eher zögerlichen Ausführungen von der Qualität her hinter denen der anderen beiden zurück.

[77] Föppl erlangte bereits durch sein 1894 erschienenes Buch *Einführung in die Maxwell'sche Theorie der Elektrizität* Aufmerksamkeit; es wurde zu einem Standardlehrwerk für Studenten der Elektrodynamik.

# 2 Die Rolle der Rotation in den Entwicklungsstufen von Einsteins Gravitationstheorie

„Es ist bequem mit dem Einstein. Jedes Jahr widerruft er, was er das vorige Jahr geschrieben hat.“

(Albert Einstein, 1915)[78]

## 2.1 Von der SRT zu einer Theorie der Gravitation

### 2.1.1 Die Situation in der Mechanik nach der Aufstellung der SRT

Nach der Aufstellung der Speziellen Relativitätstheorie (SRT) im Jahre 1905, welche für geradlinig gleichförmige Bewegungsvorgänge gilt, stellte Einstein fest, dass jene erkenntnistheoretischen Mängel, die von Mach angeprochen wurden, auch durch die SRT nicht behoben wurden. Konnte zwar die SRT Newtons absolute Zeit aus dem physikalischen Weltbild verbannen, so blieb dagegen der absolute Raum unangetastet.[79] Wer also der Meinung ist, dass es keinen Sinn macht, von einer absoluten Bewegung zu sprechen, erhält von der SRT wie auch von der Newtonschen Mechanik keine Argumentationshilfe. Beschleunigungen sind nach wie vor absolute Bewegungen; sie lassen sich durch das Auftreten von Trägheitskräften ohne Betrachtung der Umgebung feststellen. Das würde bedeuten: Wäre in unserem Universum nur ein einziger rotierender Körper vorhanden und somit außer diesem keine Massen, denen gegenüber er sich in Rotation befindet, so würde der Körper dennoch aufgrund der Zentrifugalkraft eine leicht abgeplattete Form annehmen, so wie wir es von der Erde gewohnt sind. Diese Situation konnte dem philosophisch und wissenschaftlich ästhetischen Empfinden eines Mannes wie Einstein nicht genügen. Sein Wunsch, dieses von Mach angeregte Problem zu lösen, schien für Einstein den größeren Anreiz darzustellen als eine bloße Erweiterung der SRT auf beliebig bewegte Körper.

### 2.1.2 Das Äquivalenzprinzip: Der glücklichste Gedanke

Einen entscheidenden Schritt in Richtung einer verallgemeinerten Relativitätstheorie machte Einstein im Jahre 1907, als ihm der Gedanke kam, dass ein (gleichmäßig) beschleunigtes System ebensogut als ein ruhendes interpretiert

[78] Aus einem Brief von Einstein an Ehrenfest vom 26.12.1915.

[79] Die Situation hatte sich durch die SRT insofern sogar noch verschlimmert, dass sie die Annahme eines Äthers überflüssig machte, welcher vorher noch an die Stelle des absoluten Raumes treten konnte; ein Auftreten von Trägheitskräften bei Beschleunigungen relativ zum Äther hätte Physikern und Philosophen einleuchten können, dergleichen bei Beschleunigungen relativ zum Nichts waren dagegen problematisch.

werden kann, das von einem homogenen Gravitationsfeld erfüllt ist.[80] Daraus folgt, dass die bei einer Bewegungsänderung auftretenden Trägheitskräfte auch als Gravitationskräfte angesehen werden können. Nach Einstein hat ein Experimentator beispielsweise keine Chance, durch ein Experiment herauszufinden, ob er sich in einem gleichmäßig beschleunigten oder in einem im homogenen Gravitationsfeld ruhenden Kasten befindet.[81] Dieses beruht auf der zwei Jahrhunderte früher entdeckten, aber ungenutzt gelassenen Erfahrungstatsache, dass träge und schwere Masse einander proportional sind, was Eötvös im Jahre 1890 mit einer Genauigkeit von etwa $10^{-7}$ nachwies.[82]
Dieses Gesetz der Proportionalität von träger und schwerer Masse bildet den empirischen Grundpfeiler der ART. Aus dem Äquivalenzprinzip[83] folgt also, dass eine verallgemeinerte Relativitätstheorie gleichzeitig auch auf eine Theorie der Gravitation führen muss. Bei der Erweiterung der Theorie auf rotierende Bewegungen sollte sich die Anwendung des Äquivalenzprinzips allerdings schwieriger gestalten.

### 2.1.3 Der statische Fall

Einstein leitete aus dem Äquivalenzprinzip einige bemerkenswerte Effekte ab,[84] wie die Rotverschiebung der Lichtwellen, die von einer Masse ausgesendet werden, die Ablenkung der Lichtstrahlen in der Nähe einer Masse[85] sowie die Zeitverlangsamung im Gravitationsfeld, welche aber allesamt kaum Beachtung seitens der Kollegen erfuhren. Außerdem machte sich Einstein bereits zu dieser Zeit Gedanken um die Verschiebung der Periheldrehung des Merkurs,[86] die seit der Entdeckung durch Le Verrier im Jahre 1859 Zweifel an der Newtonschen Theorie hervorgerufen hatte[87] und die er mit der erweiterten Theorie zu erklären hoffte. S. Newcomb hatte im Jahre 1882 den Effekt genauer beobachtet und kam auf 43" pro Jahrhundert. Nach vergeblichen Versuchen, die Anomalie durch die Entdeckung anderer Massen im Sonnensystem zu erklären, kam Newcomb zu dem Schluss,

> „...to drop these explorations as unsatisfactory, and to prefer provisionally the hypothesis that the Sun's gravitation is not exactly as the inverse square.“[88]

[80] „...der glücklichste Gedanke meines Lebens.“ Aus: Einstein, Albert, (1920), „Grundgedanken und Methoden der Relativitätstheorie in ihrer Entwicklung dargestellt“, Unveröffentlichtes Manuskript. Zitiert nach [Pais 1986], S. 175.
[81] Mit der Annahme der völligen Äquivalenz *aller* physikalischen Erscheinungen in den beiden Systemen begibt sich Einstein allerdings auf das Gebiet der Hypothese.
[82] [Eötvös 1953]
[83] Diesen Namen erhielt es erst im Jahre 1912.
[84] in [Einstein 1907]
[85] etwa um den Faktor zwei falsch
[86] Dies geht aus einem Brief von Einstein an Conrad Habicht vom 24.12.1907 hervor.
[87] LeVerrier kam auf ein bisher ungeklärtes zusätzliches Voranschreiten des Merkurperihels um 35 Bogensekunden pro Jahrhundert.
[88] [Newcomb 1910]

Wie wir sehen werden, kam Einstein erst mit einer dynamischen Theorie zu einem Erfolg auf diesem Gebiet.
Einstein ging bei der Entwicklung seiner Theorie schrittweise vor und beschränkte sich zunächst auf die gleichmäßig beschleunigten Bewegungen, ohne sich bereits mit der gleichförmigen Rotation zu beschäftigen.
Im Jahre 1911 nahm Einstein nach etwa vierjähriger Pause die Arbeit auf dem Gebiet der Gravitationstheorie wieder auf und veröffentlichte im Februar 1912 einen Artikel zum statischen Gravitationsfeld[89], in dem er seine Ideen von 1907 genauer ausarbeitete. Hierin nahm die Lichtgeschwindigkeit gemäß

$$c = c_0 \left(1 + \frac{\Phi}{c^2}\right)$$

die Rolle des Gravitationspotentials an.[90] In einem Brief an Wilhelm Wien schrieb er:

> „[..] ich habe jetzt alles Vertrauen zu der Sache. [..] Nun suche ich nach der Dynamik der Gravitation. Es wird aber nicht schnell damit gehen.“[91]

### 2.1.4 Der erste Machsche Triumph: Mitführung des Inertialsystems

Einstein war nun mit der Theorie des statischen Gravitationsfeldes in der Lage zu zeigen, dass bewegte Massen eine Art Kraft, analog zur elektromagnetischen Induktion, verursachen können. In einer 1912 veröffentlichten Arbeit[92] untersuchte er die Wirkung einer Hohlkugel mit Radius $R$ auf eine Punktmasse in ihrem Zentrum und kam zu folgenden Resultaten:

- Das Vorhandensein einer Hohlkugel mit Masse $M$ erhöht die träge Masse einer Punktmasse $m$ zu $m + k\frac{mM}{Rc^2}$ ($k$ =Newtonsche Gravitationskonstante).
- Eine Beschleunigung $\Gamma$ der Hohlkugel $M$ induziert eine Beschleunigung $\gamma = \frac{3}{2}k\frac{M}{Rc^2}\Gamma$ der Punktmasse.

Einstein schreibt darüber:

> „Das Resultat ist an sich von großem Interesse. Es zeigt, dass die Anwesenheit der trägen Hülle $K$ die träge Masse des darin befindlichen materiellen Punktes $P$ erhöht. Es legt dies die Vermutung nahe,

[89] [Einstein 1912a]
[90] Einstein gibt hier also die Konstanz der Vakuumlichtgeschwindigkeit, auf die sich die SRT gründete, auf.
[91] Einstein an Wien vom 18.2.1912.
[92] [Einstein 1912c]

> dass die ganze Trägheit eines Massenpunktes eine Wirkung des Vorhandenseins aller übrigen Massen sei, auf einer Art Wechselwirkung mit den letzteren beruhend. Es ist dies ganz derjenige Standpunkt, welchen E. Mach in seinen scharfsinnigen Untersuchungen über den Gegenstand geltend gemacht hat.“[93]

Es war dies das erste Mal, dass Einstein öffentlich zu Machs Ideen Stellung nahm. Dabei erwähnte er auch zum ersten Mal die von ihm verfolgte Idee, dass die Trägheit allein durch den Einfluss der restlichen Massen zustande kommt. Wie wir bereits im ersten Kapitel dargelegt haben, wurde der erste der beiden Effekte, die Zunahme der trägen Masse eines Körpers durch Hinzufügen anderer Massen in dessen Nähe, von Mach nie behauptet.[94] Im Jahre 1918 wird, wie wir sehen werden, Einstein diesen Effekt (zusammen mit dem Mitführungseffekt) sogar als „Machsches Prinzip“ bezeichnen. Der Mitführungseffekt gilt dagegen, wie wir heute wissen, als wichtigstes Zeugnis der Verwirklichung Machscher Ideen in der ART.

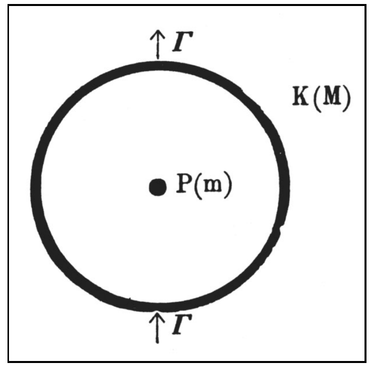


Abbildung 4: Beschleunigte Hohlkugel

## 2.2 Die Schwierigkeiten und die Weggefährten bei der Erweiterung der Theorie

### 2.2.1 Der nächste Schritt: Die Rotationsbewegung

Bei der Entwicklung seiner Allgemeinen Relativitätstheorie ging Einstein schrittweise vor. Vor einer Verallgemeinerung der Theorie auf beliebig beschleunigte Systeme, was Einsteins eigentlicher Absicht entsprach, bot sich die gleichmäßig rotierende Bewegung für den Übergang vom statischen zum stationären Gravitationsfeld an. Dass er sich der Bedeutung der gleichförmigen Rotationsbewegung für eine Erweiterung der Relativitätstheorie schon seit längerem bewusst war, zeigt eine Bemerkung aus einem Brief an Sommerfeld:

> „Die Behandlung des gleichförmig rotierenden starren Körpers scheint mir von grosser Wichtigkeit wegen einer Ausdehnung des Relativitätsprinzips auf gleichförmig rotierende Systeme nach analogen Gedankengängen[95], wie ich sie im letzten § meiner in der Zeitschr. f. Radioaktivit. publizierten Abhandlung für gleichförmig beschleunigte Translation durchzuführen versucht habe.“[96]

[93] [Einstein 1912c], S. 39.
[94] Aus heutiger Sicht wissen wir, dass der Effekt der Massenzunahme eine Illusion war und es sich hierbei lediglich um einen Koordinateneffekt handelt, wie Carl H. Brans 1962 zeigte.
[95] Gemeint ist das Äquivalenzprinzip (siehe Abschnitt 2.1.2).
[96] Einstein an Sommerfeld vom 29.9.1909.

Der Anlass für Einsteins Bemerkung war eine Diskussion zwischen Born, Sommerfeld und Ehrenfest aus dem Jahre 1909, die nun näher beleuchtet werden soll.

### 2.2.2 Gibt es noch starre Körper?

Veranlasst durch die Aussagen der SRT und speziell durch eine Arbeit des ehemaligen Minkowski-Schülers Max Born[97] diskutierten Born, Sommerfeld und Ehrenfest über die Definition des Begriffs „starrer Körper". Born hatte darin den „relativ-starren Körper" definiert, bei dem jedes Volumenelement auch bei beschleunigten Bewegungen die zu seiner Geschwindigkeit gehörige Lorentz-Kontraktion erfährt. Da es seit der Aufstellung der SRT aufgrund der Längenkontraktion problematisch war, von einem „starren Körper"[98] im herkömmlichen Sinne zu sprechen, behalf sich auch Ehrenfest nun mit dem Begriff des „relativ-starren Körpers":

> „Er deformiert sich bei einer beliebigen Bewegung fortlaufend so, dass jedes seiner infinitesimalen Elemente in jedem Moment für einen ruhenden Beobachter gerade diejenige Lorentz-Kontraktion (gegenüber dem Ruhezustand) aufweist, welche der Momentan-Geschwindigkeit des Element-Mittelpunkts entspricht."[99]

Im Rahmen dieser Diskussion legte Ehrenfest am 29. September einen Artikel vor, in dem das „Paradoxon der starren rotierenden Scheibe" angesprochen wurde.[100] Er bemerkte dabei, dass man auch mit der obigen Definition schon in einfachen Fällen auf Widersprüche stößt. Ehrenfest versuchte daraufhin, den Widerspruch für die gleichförmige Rotationsbewegung zu verdeutlichen, wobei seine Argumentation der von Einstein ähnelte, als dieser zweieinhalb Jahre später auf die Idee kam, Gaußsche Koordinaten für die Erweiterung seiner Theorie auf rotierende Systeme zu verwenden:
Ein relativ-starrer Zylinder mit Radius $R$ und Höhe $H$ werde in Rotation versetzt. $R'$ sei der Radius der rotierenden Scheibe vom ruhenden Beobachter aus betrachtet. $R'$ müsste dann zwei einander widersprechende Forderungen erfüllen:
1) Die Peripherie des rotierenden Zylinders muss kontrahiert werden:

$$2\pi R' < 2\pi R,$$

der sich jedes Element der Peripherie mit der Momentangeschwindigkeit $R'\omega$ bewegt. 2) Ein Element des Radius erfährt keine Kontraktion:

$$R' = R,$$

[97] [Born 1909]
[98] Nach Ansicht von Planck kann die Relativitätstheorie nur mit mehr oder minder elastischen Körpern operieren (siehe *Physikalische Zeitschrift* **11**, 1910, S. 393).
[99] [Ehrenfest 1909]
[100] [Ehrenfest 1909]

da hier die Momentangeschwindigkeit senkrecht zur Ausdehnung des Elements steht.
Ein vollkommen starrer Körper kann somit nicht in Rotation versetzt werden. Ehrenfest folgerte, dass für die Deformation jedes Elements entweder neben der Lichtgeschwindigkeit $c$ eine weitere universelle, dimensionierte Konstante herangezogen werden müsste, oder auch noch *Beschleunigungen* des Elementmittelpunktes berücksichtigt werden müssten.

### 2.2.3 Abschied vom globalen Äquivalenzprinzip

Im Jahre 1909 hatte Einstein noch wenig Hoffnung, bereits jetzt entscheidende Erfolge in Richtung Erweiterung seiner Theorie zu erzielen, denn nur ein paar Monate nach dem obigen Brief schrieb er erneut an Sommerfeld:

> „Es scheint mir nämlich, dass die Erfahrungstatsachen nicht hinreichen, um die Theorie beliebig beschleunigter Körper aufzustellen.“[101]

Offensichtlich gelang es Einstein nicht, das Problem der rotierenden Scheibe in seine Relativitätstheorie zu integrieren. Es ist sehr wahrscheinlich, dass es in diesem Zeitraum von 1909 bis Anfang 1912 überhaupt keine ernsthaften Versuche seinerseits gab, die Theorie auf rotierende Systeme zu erweitern, denn der nächste Beitrag Einsteins zu diesem Thema erschien erst in seinen Schriften zum statischen Gravitationsfeld von 1912.
Zunächst einmal musste Einstein seine Feldgleichungen für das statische Gravitationsfeld korrigieren und erklärte die Gründe in der am 20. März 1912 erschienenen Arbeit *Zur Theorie des statischen Gravitationsfeldes*[102]: Um eine Verletzung des Impuls-Erhaltungssatzes und damit des Prinzips *actio* = *reactio* zu verhindern, musste Einstein die Feldgleichungen abändern:

$$c\Delta c + (grad\ c)^2/2 = kc^2\sigma.$$

Diese Modifikation führte dazu, dass das Äquivalenzprinzip nur noch in infinitesimal kleinen Gebieten Gültigkeit besaß. Die daraus resultierende Problematik, insbesondere für die rotierende Bewegung erläuterte Einstein in einem Brief an Ehrenfest, der die Entwicklung der ART mit großem Interesse verfolgte:

> „Nach dieser[103] scheint es, dass der Äquivalenzsatz *nur für unendlich kleine* Felder gelten kann, dass also das Bornsche beschl. *endliche* System nicht als statisches Gravitationsfeld aufgefaßt werden kann,

[101] Einstein an Sommerfeld vom 19.1.1910.
[102] [Einstein 1912b]
[103] Nach der Theorie für das statische Gravitationsfeld.

> d.h. sich nicht durch ruhende Massen erzeugen läßt.[104] Ein sich drehender Ring erzeugt nicht ein statisches Feld in diesem Sinne, obwohl es ein zeitlich unveränderlichers Feld ist. In einem solchen Feld wird die Reversibilität der Lichtwege nicht gelten."[105]

Der letzte Satz bezieht sich auf eine Arbeit des russischen Ingenieurs Michael Frank[106], in der dieser untersuchte, welchen Einfluss das Beschleunigungsfeld der gleichförmigen Rotation und damit gemäß Einsteins Äquivalenzprinzip ein Gravitationsfeld auf die Ausbreitung des Lichtes hat.

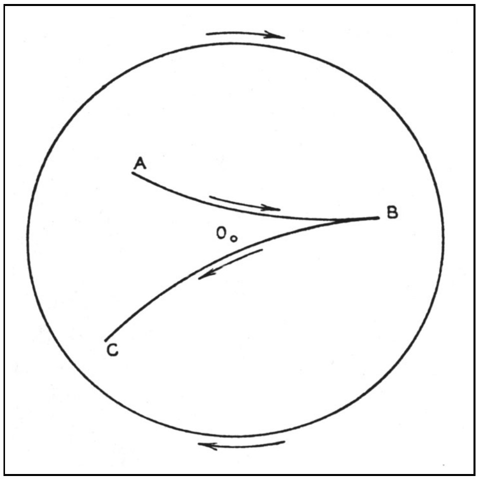


Abbildung 5: Lichtweg auf einer rotierenden Scheibe

Er kam hierin zu dem Ergebnis, dass die Lichtstrahlen gekrümmt werden, wobei sich das Vorzeichen der Krümmung mit dem Richtungssinn der Bewegung des Lichtstrahls umkehrt, so dass ein Lichtstrahl, der an irgendeinem Punkt auf einer rotierenden Scheibe ausgesendet wird, bei einer Umkehrung des Lichtwegs nicht mehr an seinem Ausgangspunkt ankommt (Coriolis-Ablenkung, siehe Abbildung 5). Ehrenfest, der die Abhandlung Franks aus dem Russischen übersetzen und der *Physikalischen Zeitschrift* vermitteln wollte, sah sich gezwungen, Einstein in einem Bief davon zu berichten[107], da dieser ihm bereits früher dieselbe Überlegung mitgeteilt hatte. Einstein drängte allerdings nicht darauf, diese Überlegungen als seine eigenen darzustellen: „Übersetzen Sie nur!"[108]
Für Ehrenfest war diese Überlegung der Schlüssel für die Erweiterung des Äquivalenzprinzips auf Rotationsbewegungen:

> „Würde man also das Beschleunigungsfeld der gleichförmigen Rotation durch ein entsprechendes Kraftfeld auf Ruhe transformieren, wie Sie das in Ihrer Arbeit 'Über den Einfluß...'[109] für die gleichförmig geradlinige Beschleunigung machen, so würde auch dieses ersetzende Kraftfeld den Lichtstrahlen jene eigentümliche Coriolis-Ablenkung geben müssen."[110]

---

[104] Max Born hatte in seiner Arbeit [Born 1909] die Bewegung starrer Körper studiert, in der er einen beschleunigten Körper durch ein Hyperbelbündel im Minkowskiraum repräsentierte.
[105] Einstein an Ehrenfest vom 20.6.1912.
[106] [Frank 1912]
[107] Ehrenfest an Einstein vom 3.4.1912.
[108] Einstein an Ehrenfest vom 25.4.1912. Im übrigen eines der wenigen Ausrufezeichen von Einstein!
[109] [Einstein 1907]
[110] Ehrenfest an Einstein vom 3.4.1912.

Paul Ehrenfest blieb auch weiterhin ein interessierter Beobachter der Gravitationstheorie. In einem Brief an Einstein vom 14. Mai 1912 behauptete er, das *allgemeinste Weltlinienfeld* gefunden zu haben, das einem stationären Gravitationsfeld äquivalent ist. Dabei würde die gleichförmige Rotation als Spezialfall herauskommen. Durch optische Überlegungen kam Ehrenfest hier zu dem Ergebnis, dass im Gegensatz zu Einsteins Ansicht das Äquivalenzprinzip nicht nur für unendlich kleine Felder gilt, sondern auch für das von Born untersuchte endliche System. Dies mag der Grund dafür sein, dass Einstein auf die ausführlichen Erläuterungen von Ehrenfest in der weiteren Korrespondenz nicht mehr eingehen wird.

### 2.2.4 Wo ein Wille ist...

Durch die obigen Überlegungen angeregt, begann Einstein Ende März 1912 mit intensiver Arbeit am dynamischen Fall. Er verglich seine Gravitationstheorie mit der Elektrodynamik, wobei er seine bisherigen Untersuchungen zum statischen Feld mit der Elektrostatik verglich und nun die Theorie auf den dynamischen stationären Fall zu erweitern beabsichtigte, was in der E-Dynamik dem magnetostatischen Feld entspricht (Erzeugung von konstanten Magnetfeldern durch gleichförmig bewegte Ladungen). Auf die Schwierigkeit der Sache hindeutend, schrieb er an seinen Freund Michele Besso:

> „Du siehst, dass ich noch weit davon entfernt bin, die Drehung als Ruhe auffassen zu können.“[111]

Auch in den darauffolgenden Monaten gelang es ihm offenbar nicht, entscheidende Fortschritte auf diesem zu erzielen, wie aus mehreren Passagen seiner Korrespondenz hervorgeht: „Gravitationstheorie problematisch“ [112], „große Hindernisse“ [113], „Verallgemeinerung der Gravitationstheorie schwierig“ [114].

### 2.2.5 ...ist auch ein Weg: Die gleichförmige Rotationsbewegung als Übergang zu Gaußschen Koordinaten

Einsteins erste öffentliche Stellungnahme zur Bedeutung der Rotationsbewegung für eine Erweiterung der Relativitätstheorie vom statischen zum stationären Gravitationsfeld und des damit verbundenen mathematischen Problems erschien in seiner Prager Schrift *Lichtgeschwindigkeit und Statik des Gravitationsfeldes* vom Februar 1912:

> „[..] Die Sätze der Geometrie [..] gelten z.B. höchstwahrscheinlich nicht in einem gleichförmig rotierenden Systeme, in welchem wegen der Lorentzkontraktion das Verhältnis des Kreisumfanges zum

[111] Einstein an Besso vom 26.3.1912.
[112] Einstein an Wien vom 17.5.1912
[113] Einstein an Zangger vom 5.6.1912
[114] Einstein an Hopf vom 12.6.12

> Durchmesser bei Anwendung unserer Definition für die Längen von $\pi$ verschieden sein müßte.“[115]

An mehreren Stellen seiner späteren Veröffentlichungen erläuterte Einstein den Sachverhalt rückblickend anhand der starren rotierenden Scheibe. Dabei stelle man sich eine Scheibe vor, welche gegenüber einem Bezugssystem $K$ mit einer Winkelgeschwindigkeit $\omega$ rotiert. Ein weiteres Bezugssystem $K'$ ist mit der Scheibe fest verbunden und rotiert somit von $K$ aus gesehen ebenfalls mit $\omega$. Werden jetzt im rotierenden System $K'$ Durchmesser sowie Umfang der Scheibe mit einem starren Maßstab gemessen, der klein gegenüber den Ausmaßen der Scheibe ist (um den gekrümmten Umfang annähernd genau messen zu können), so erhält man bei Quotientenbildung aus Umfang und Durchmesser wie gewohnt die Zahl $\pi$. Für einen Beobachter im System $K$ dagegen erscheint der an der Peripherie mitbewegte Maßstab gemäß der Lorentzkontraktion verkürzt, während der Maßstab bei der Messung des Durchmessers sich senkrecht zu seiner Ausdehnung bewegt und damit keine Längenkontraktion erleidet. Das Ergebnis der Quotientenbildung ist somit ein Wert, der größer als $\pi$ ist, so dass hier die Euklidische Geometrie offenbar keine Gültigkeit mehr besitzt.[116] Obwohl Einstein bereits teilweise die zur Behandlung des Problems nötigen Kenntnisse besaß[117], dauerte es mehrere Monate, bis ihm die Möglichkeit ihrer Anwendung auf sein Problem bewusst wurde:

> „Den entscheidenden Gedanken von der Analogie des mit der Theorie verbundenen mathematischen Problems mit der Gaußschen Flächentheorie hatte ich allerdings erst 1912 nach meiner Rückkehr nach Zürich, ohne zunächst Riemanns und Riccis, sowie Levi-Civitàs Forschungen zu kennen.“[118]

Nach einer anderen Darstellung[119] hatte Einsteins Prager Kollege Georg Pick diesen bereits auf das Tensor-Kalkül von Levi-Cività und Ricci hingewiesen.

---

[115] [Einstein 1912a]

[116] Die Argumentation wurde öfters missverstanden. So argumentierte Joseph Petzoldt, der Wert für $\pi$ müsse kleiner werden, da der Umfang eine Längenkontraktion erleide und somit kleiner als $2\pi r$ sein müsste. Einstein versuchte vergeblich, Petzoldt dessen Denkfehler klarzumachen.
Man beachte, dass auch Ehrenfest in dem Artikel [Ehrenfest 1909] argumentierte, der Umfang des rotierenden Körpers müsse kleiner sein als $2\pi r$.

[117] Einstein hatte an der ETH in Zürich eine Vorlesung bei Geiser über Infinitesimalrechnung gehört, in der u.a. die Gaußschen Koordinaten behandelt wurden. Jedoch gibt es geteilte Auffassungen darüber, inwieweit Einstein der Inhalt dieser Vorlesung für die Entwicklung der Relativitätstheorie genutzt hat (Pais $\Longleftrightarrow$ Reich). Pais: „Wie ich glaube, hatte diese erste Begegnung Einsteins mit der Differentialtheorie keine besondere Bedeutung für die Überlegung des Jahres 1912“[Pais 1986].
Reich argumentiert dagegen, weil Einstein selbst behauptet, dass ihm Geisers Vorlesungen beim Ringen um die ART sehr halfen. Es gilt jedoch als sicher, dass Einstein dank Geisers Vorlesung mit einigen für die ART wichtigen Grundbegriffen vertraut gemacht wurde.

[118] [Pais 1986]

[119] [Havas 1999]

## 2.3 Die Realisierung der Machschen Ideen in der Entwurf-Theorie

### 2.3.1 Die Theorie von Einstein und Grossmann

Einstein zog am 25. Juni 1912 von Prag zurück nach Zürich und traf dort seinen alten Studienkollegen und inzwischen zum Mathematikprofessor aufgestiegenen Marcel Grossmann wieder. Diesen ersuchte er um mathematische Beihilfe, da Einstein von seinen mathematischen Fähigkeiten her nicht in der Lage war, die Differenzialgleichungen für den metrischen Tensors aufzusuchen, welche gegenüber beliebigen Koordinatentransformationen kovariant sind. Grossmann, der sofort bereit war, daran mitzuarbeiten, solange er keine Verantwortung für die physikalischen Konsequenzen zu tragen hatte, erkannte, dass die für Einsteins Probleme notwendige Mathematik auf den Arbeiten Riemanns fußt und in dem von Gregorio Ricci und Tullio Levi-Cività in den 90er Jahren des vorigen Jahrhunderts aufgestellten Tensorkalkül ihre Manifestation fand.
Während der Zusammenarbeit mit Grossmann wurden Einsteins anfängliche Zweifel bezüglich der Erweiterung der Relativitätstheorie auf Rotationsbewegungen bald in Luft aufgelöst. So war für ihn die „Aussicht vorhanden, dass die Gleichungen der allgemeinen Dynamik der Gravitation bald aufgestellt sein werden.“[120], „Mit der Gravitation geht es glänzend.“[121], „Fortschritte der Gravitationstheorie“[122].
Im Frühling des Jahres 1913 veröffentlichten Einstein und Grossmann ihren *Entwurf einer Verallgemeinerten Relativitätstheorie und einer Theorie der Gravitation*. Die Wortwahl „Entwurf...“ macht deutlich, dass die Autoren Bedenken bezüglich der Endgültigkeit dieser Theorie hatten. Denn auch wenn es ihnen gelungen war, mit Hilfe des allgemeinen Tensorkalküls allgemein kovariante Bewegungsgesetze aufzustellen, ließen die in dieser Arbeit angegebenen Feldgleichungen die Eigenschaft der Kovarianz vermissen. Diese war lediglich bezüglich linearer Transformationen gewährleistet. Dennoch hofften die beiden Autoren, die genauen Transformationseigenschaften herauszufinden und dabei die Klasse von erlaubten Koordinatentransformationen zu vergrößern.
Einstein und Grossmann verfehlten hier die endgültige kovariante Lösung haarscharf, da sie aufgrund falscher Annahmen den bereits gefundenen Ricci-Tensor verwarfen. Einstein ging zum Beispiel davon aus, dass die Metrik im statischen Fall der Minkowskischen Metrik entspräche. In der Tat ergibt sich aber auch für ein statisches Gravitationsfeld eine Krümmung der Raumzeit, so dass die Metrik sich, wenn auch nur wenig, von der Minkowskischen unterscheidet.[123]
Im Folgenden soll dargelegt werden, inwieweit die bis zu diesem Stand ausgearbeitete ART die Relativität der Rotation erfüllte.

[120] Einstein an Freundlich vom 27.10.1912
[121] Einstein an Hopf vom 16.8.1912
[122] Einstein an Ehrenfest vom 20.12.1912
[123] Siehe [Renn/Sauer 1999].

### 2.3.2 Einstein sieht Machs Ideen verwirklicht

Aus Einsteins Korrespondenz geht eindeutig hervor, dass er davon überzeugt war, die Entwurf-Theorie würde den Machschen Ideen genügen. In einem Brief an Ernst Mach schrieb er:

> „Denn es ergibt sich mit Notwendigkeit, dass die *Trägheit* in einer Art *Wechselwirkung* der Körper ihren Ursprung hat, ganz im Sinne ihrer Überlegungen zum Newton'schen Eimerversuch.[...]
>
> Es hat sich ferner folgendes ergeben:
> 1) Beschleunigt man eine träge Kugelschale S, so erfährt nach der Theorie ein von ihr eingeschlossener Körper eine beschleunigende Kraft.
> 2) Rotiert die Schale S um eine durch ihren Mittelpunkt gehende Achse (relativ zum Fixsterne „Restsystem"), so entsteht im Innern der Schale ein Coriolis-Feld, d.h. die Ebene des Foucault-Pendels wird (mit einer allerdings praktisch unmessbar kleinen Geschwindigkeit) mitgenommen."[124]

In einem Brief an H. A. Lorentz vom 14.8.1913 erwähnte Einstein ebenfalls die beiden Aspekte aus dem Brief an Mach, zusätzlich jedoch noch eine weitere Konsequenz:

> „Die Existenz einer trägen, ruhenden Kugelschale erhöht die Trägheit einer Masse m, die sie umgibt."[125]

Neu ist gegenüber den Folgerungen aus der Theorie des statischen Gravitationsfeldes seit der Entwurf-Theorie nur der Punkt 2) aus dem Brief an Mach, nämlich die Entstehung von Trägheitskräften im Innern von rotierenden Massen. Die anderen erwähnten Effekte hatte Einstein, wie bereits gesehen, schon 1912 berechnet[126]. Die damalige Arbeit war die erste, in der Einstein Mach und dessen Ideen erwähnte. Da für Einstein die Machschen Ideen ein wichtiges Leitmotiv bei der Entwicklung der ART darstellten, ist es verwunderlich, dass er nicht schon damals Mach in einem Brief von diesen Resultaten berichtet hatte, sondern dies erst jetzt, mehr als ein Jahr danach, tat. Dieses lässt vermuten, dass Einstein mit der statischen Theorie noch lange nicht zufrieden war und das Gefühl hatte, von der Lösung des Machschen Problems mit dem rotierenden Eimer noch weit entfernt zu sein.

[124] Einstein an Mach vom 25.6.1913.
[125] Hierauf folgen die beiden Erkenntnisse aus dem Brief an Mach.
[126] Siehe [Einstein 1912c].

### 2.3.3 Relativität der Rotation auf Kladde: Das Einstein-Besso-Manuskript

Die entsprechenden Rechnungen zu den beiden Effekten 1) und 2) aus dem Brief an Mach tauchen in keiner der Einsteinschen Arbeiten aus jenem Zeitraum auf. Zu finden sind sie in dem sogenannten Einstein-Besso-Manuskript[127] über den Merkurperihel, welches zum größten Teil im Juni des Jahres 1913 während eines Besuches von Michele Besso bei Einstein in Zürich in enger Zusammenarbeit entstand. Der Hauptinhalt des Manuskripts ist die Berechnung der von der Newtonschen Theorie abweichenden Bewegung des Merkurperihels auf der Grundlage der Entwurf-Theorie. Sicher ist, dass das Manuskript, das 1955 nach Bessos Tod zwischen seinen Schriften gefunden wurde, nicht während des Treffens zwischen Einstein und Besso vollendet wurde.[128] Eine Stelle in einem Brief von Einstein an Besso vom 1.1.1914[129] deutet darauf hin, dass Einstein zunächst das Manuskript behielt, möglicherweise etwas hinzufügte und es dann Besso zuschickte (der seinerseits mehrere Seiten ergänzte).[130] Das Manuskript enthält allerdings nicht sämtliche Rechnungen, die Einstein mit der Entwurf-Theorie durchführte; vieles ist auch in seinem eigenen Notizheft zu finden.[131]
Auf den Seiten 41 und 42 untersucht Einstein, ob die Feldgleichungen für gleichförmig rotierende Systeme erfüllt sind, d.h. ob die Feldgleichungen in diesem Fall dieselbe Metrik liefern wie die auf ein rotierendes System transformierte Minkowskische Metrik. Einstein kam dabei zu dem Ergebnis, dass seine Entwurf-Gleichungen dieser Forderung genügen, was aber, wie sich zwei Jahre später herausstellen sollte, nicht der Fall war. Kurioserweise führten mehrere Rechenfehler dazu, dass Einstein dennoch das gewünschte Ergebnis erhielt.[132] Als Einstein diesen Irrtum 1915 bemerkte, verwarf er bald darauf die Entwurf-Feldgleichungen.[133]
Dennoch gelang es Einstein, wie die Briefe an Mach und Lorentz beweisen, mit Hilfe seiner Theorie einige Effekte bezüglich der, wie Einstein es nannte, *Relativität der Trägheit* abzuleiten, d.h. die Machsche Idee zu verwirklichen, nach der bewegte Massen ihr Inertialsystem mit sich führen und auf diese Weise das metrische Feld und damit das Gravitationspotential an anderen Orten verändern und die Bewegungen von Körpern beeinflussen. Auf zwei Seiten des Manuskripts (36-37) wird das metrische Feld innerhalb einer rotierenden Massenschale und damit die Relativität der Trägheit behandelt. Dort berechnete Einstein das in

[127] Siehe Coll.Pap 5, Doc. 14.
[128] Der deutlichste Beweis dafür, dass nachträglich etwas hinzugefügt wurde, ist eine Stelle, an der sich Besso auf den Wiener Vortrag, den Einstein am 23.9.1913 gehalten hatte, bezieht.
[129] „Hier erhältst Du endlich Dein Manuskriptbündel. Es ist sehr schade, wenn Du die Sache nicht zu Ende führst.“
[130] Die Seiten 45-53 (Ende) stammen allein aus Bessos Feder.
[131] Siehe hierzu Coll.Pap 4, Editorial Note: The Einstein-Besso-Manuskript on the Motion of the Perihelion of Mercury.
[132] Dieses wird in Abschnitt 2.5.2 genauer untersucht.
[133] Diesem Ereignis ist weiter unten ein eigener Abschnitt gewidmet.

dem Brief genannte Resultat, nämlich die Gravitations-Effekte im Zentrum einer sphärischen Massenschale in gleichförmiger Rotationsbewegung und kam auf einen Ausdruck, der die Form einer Corioliskraft besitzt. Sind sie auch nicht von der Ausführlichkeit, mit der Thirring später dasselbe Problem für die allgemein kovarianten Feldgleichungen anging, so lassen sich doch viele Gemeinsamkeiten sowohl in den Bezeichnungen als auch in den Rechnungen erkennen, die darauf hindeuten, dass Thirring die Rechnungen aus dem Einstein-Besso-Manuskript kannte. Auf Seite 38 berechnete Einstein noch das Feld innerhalb einer Hohlkugel, die geradlinig gleichförmig beschleunigt wird. Die oben genannten Seiten 36-38 enthalten keinen Beitrag von Besso, so dass sie möglicherweise erst von Einstein hinzugefügt wurden, als dieser im Besitz des Manuskripts war. Das Datum auf Einsteins Brief an Mach (25.6.1913), in dem das Ergebnis der Rechnungen angeführt wird, lässt allerdings sehr stark vermuten, dass diese bereits während der Zusammenarbeit zwischen Einstein und Besso im Juni 1913 entstanden sind. Auf Seite 50 des Manuskripts berechnete Besso schließlich das Feld eines rotierenden Rings, was dem Fall der rotierenden Massenschale von Einstein auf den Seiten 36-37 sehr ähnelt. Da diese Rechnungen aber fehlerhaft sind und Einstein Besso nicht korrigiert hat, kann man davon ausgehen, dass Einstein diesen Teil nie zu Gesicht bekommen hat.

### 2.3.4 Der Einfluss der rotierenden Sonne auf die Merkurbahn

Wie bereits erwähnt, stand der Versuch, mit Hilfe der Einstein-Grossmann-Theorie die Anomalie in der Bewegung des Merkurperihels zu erklären, im Vordergrund der Rechnungen aus dem Manuskript. Diese ergibt sich aus drei Effekten, die alle im Manuskript behandelt werden, wobei allerdings nicht die richtigen Zahlenwerte herauskommen:

- Die Sonne in ihrer Eigenschaft als große Masse verursacht eine Raumkrümmung, die sich an der Bahn des Merkur aufgrund seiner Nähe zur Sonne besonders bemerkbar macht. Dieses ist der Haupteffekt, der die Anomalie in der Merkurperihelbewegung verursacht (Vorranschreiten um 43" pro Jahrhundert).

- Interessant für diese Arbeit ist allerdings das Zurückschreiten des Merkurperihels aufgrund der Sonnenrotation. Die Eigenrotation der Sonne (ca. 11 Tage pro Umdrehung) führt zu einer Mitführung des Inertialsystems und ist analog zum Mitführungseffekt innerhalb einer rotierenden Massenschale. Der Effekt liegt allerdings in einer kaum beobachtbaren Größenordnung: Einstein und Besso kamen auf ein Zurückschreiten des Merkurperihels um 0,001" pro Jahrhundert. Hans Thirring und Josef Lense berechneten gegen Ende des Jahres 1917 diesen nach ihnen benannten Effekt zu 0,01" pro Jahrhundert.

- Die Rotation der Sonne bewirkt außerdem eine Wanderung der Knoten der Merkur-Umlaufbahn. Das sind die zwei Punkte, an denen die Bahn die Ebene schneidet, in welcher der Sonnenäquator liegt. Dieser Effekt äußert sich durch ein Zurückschreiten der Knoten und liegt in derselben Größenordnung wie das Zurückwandern des Perihels.

Da in Kapitel 3 die den Einsteinschen ähnelnden Thirringschen Rechnungen ausführlich behandelt werden, sollen an dieser Stelle Einsteins Rechnungen nur kurz skizziert werden.
Einstein nahm bei seinen Rechnungen eine Kugelschale mit Masse $M$ und Radius $a$ an, die mit gleichmäßiger Winkelgeschwindigkeit $\mathfrak{o}$ rotiert und berechnete zunächst das Feld an deren Mittelpunkt. Dabei verwendete er wegen der Analogie des Problems die Komponenten $g_{\mu\nu}$, die er aus den Entwurf-Feldgleichungen in erster Näherung für das Feld der rotierenden Sonne berechnet hatte. Die einzigen nicht-verschwindenden Terme aus dem entsprechenden Energie-Impulstensor $\Theta_{\mu\nu}$ sind:

$$\Theta_{4i} = \Theta_{i4} = (\rho_0/c_0^2)\dot{x}_i, \qquad \Theta_{44} = \rho_0/c_0^2.$$

Über die Beziehung $\Box\gamma_{\mu\nu} = \kappa\Theta_{\mu\nu}$ können dann die Komponenten des kontravarianten metrischen Tensors $\gamma_{\mu\nu}$ ausgerechnet werden, deren allgemeine Lösung lautet:

$$\gamma_{4i}^{(1)}(\vec{X}) = \frac{\kappa}{c_0^2}\int d^3x \frac{\rho_0(r)\dot{x}_i}{4\pi R'}, \tag{3}$$

wobei $R' \equiv \mid \vec{X} - \vec{x} \mid$.
Schreibt man die Geschwindigkeit $\dot{\vec{x}}$ als Produkt aus $\vec{o}$ und $\vec{x}$ und entwickelt $\frac{1}{R'}$ in eine Taylorreihe in $\vec{x}$, dann lässt sich die Gleichung (3) schreiben als

$$\gamma_{4i}^{(1)}(\vec{X}) = \frac{S\kappa}{c_0^2 R^3}\left(\vec{o} \times \vec{X}\right)_i,$$

wobei $R \equiv \mid \vec{X} \mid$ und $S \equiv \frac{1}{3}\int dr\rho_0 r^4$. Durch Addition dieser Werte erster Ordnung zu den Werten nullter Ordnung $\gamma_{\mu\nu}^{(0)}$ kam Einstein auf den metrischen Tensor $\gamma_{\mu\nu}$ und durch Invertieren des Tensors $\gamma_{\mu\nu}$ auf den kovarianten Tensor $g_{\mu\nu}$.

Um in diesem Feld die Bewegung eines Massenpunktes zu erhalten, berechnete Einstein die Bewegungsgleichungen für dieses Problem,

$$\ddot{\vec{x}} = rot(\vec{g}) \times \dot{\vec{x}} - \frac{1}{2} grad\, g_{44},$$

oder in seiner Notation[134]

$$\ddot{\mathfrak{r}} = [rot\, \mathfrak{g}, \mathfrak{q}] - \frac{1}{2} grad\, g_{44}$$

[134] $\mathfrak{r}$ und $\mathfrak{q}$ repräsentieren hier $\vec{x}$ und $\dot{\vec{x}}$; das Kreuzprodukt wird durch eckige Klammern ersetzt.

und setzte die Werte aus dem metrischen Tensor ein. Er erhielt schließlich als Bewegungsgleichung

$$\ddot{\mathfrak{r}} = [2\mathfrak{o}^x, \mathfrak{q}] \qquad \text{mit} \qquad \mathfrak{o}^x = \frac{\kappa M \mathfrak{o}}{12\,\pi R} \qquad ,$$

welche die Form einer Corioliskraft besitzt. Diese Tatsache veranlasste Einstein zu seinen Worten an Mach und Lorentz und wird von ihm später auch auf der 85. Naturforscherversammlung in Wien vorgetragen werden.[135]
An dieser Formel kann man auch erkennen, dass der Effekt in der Tat sehr gering ausfällt, was vor allem an der sehr kleinen Gravitationskonstante $\kappa$ liegt.
Einstein leitete hier allerdings keine Formel für die Zentrifugalkraft her, wie Thirring es später tat.
Auf das Problem der Merkurperihelwanderung ging Einstein bis November 1915 in keiner seiner Veröffentlichungen mehr ein. Auch konnten in seiner Korrespondenz aus diesem Zeitraum keine Bemerkungen zu diesem Thema gefunden werden.[136] Wahrscheinlich liegt der Grund dafür in dem falschen Wert für die Perihelwanderung, den Einstein und Besso um den Faktor zwei zu klein ermittelten.[137]

### 2.3.5 Linienelement und metrischer Tensor im rotierenden System

In diesem Abschnitt soll das Linienelement und der metrische Tensor bei einer Transformation der Minkowski-Metrik in ein rotierendes System berechnet werden.
Sei $\Sigma$ ein ruhendes Bezugssystem mit den Koordinaten $x_\mu = (x, y, z, t)$, wobei $\mu = (1, 2, 3, 4)$. Das metrische Feld der Minkowski-Raumzeit wird dargestellt durch den metrischen Tensor

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

wobei die Vakuumlichtgeschwindigkeit $c = 1$ gesetzt wurde. Das zugehörige Linienelement lautet dann $ds^2 = -dx^2 - dy^2 - dz^2 + dt^2$.
Wie sieht nun dieses Linienelement bezüglich eines gleichförmig rotierenden Bezugssystems aus? Das neue System $\Sigma'$ mit den Koordinaten $x'_\mu = (x', y', z', t')$

[135] Siehe Abschnitt 2.4.1.
[136] Sogar seit dem weiter oben erwähnten Brief an Konrad Habicht von 1907 bis zum Jahre 1915 schweigt Einstein zu dem Thema.
[137] Die ausführlichen Rechnungen mit Besso führten allerdings dazu, dass Einstein im November 1915 dieselben Rechnungen für seine neuen Feldgleichungen in relativ kurzer Zeit durchführen konnte, was Hilbert in Erstaunen versetzte: „...herzliche Gratulation zu der Überwältigung der Perihelbewegung. Wenn ich so rasch rechnen könnte, wie Sie, müsste bei meinen Gleichungen entsprechend das Elektron kapituliren und zugleich das Wasserstoffatom seinen Entschuldigungszettel aufzeigen, warum es nicht strahlt.“ (Hilbert an Einstein vom 19.11.1915).

rotiere mit konstanter Winkelgeschwindigkeit $\omega$ um die z-Achse. Die zugehörige Koordinatentransformation lautet dann:

$$x' = x\cos\omega t + y\sin\omega t, \qquad y' = -x\sin\omega t + y\cos\omega t, \qquad z' = z, \qquad t' = t. \tag{4}$$

Um das Linienelement in den neuen Koordinaten auszudrücken, bilden wir die inverse Transformation

$$x = x'\cos\omega t' - y'\sin\omega t', \qquad y = x'\sin\omega t' + y'\cos\omega t', \qquad z = z', \qquad t' = t.$$

Nun leiten wir $x$ und $y$ nach $x'_\mu$ ab ($x'_\mu = (x', y', z', t')$):

$$\frac{dx}{dx'} = \cos\omega t', \qquad \frac{dx}{dy'} = -\sin\omega t', \quad \frac{dx}{dz'} = 0, \qquad \frac{dx}{dt'} = -x'\omega\sin\omega t' - y'\omega\cos\omega t'$$

$$\frac{dy}{dx'} = \sin\omega t', \qquad \frac{dy}{dy'} = \cos\omega t', \qquad \frac{dy}{dz'} = 0, \qquad \frac{dy}{dt'} = x'\omega\cos\omega t' - y'\omega\sin\omega t'.$$

Damit ergibt sich für das Wegstückchen $dx$:

$$\begin{aligned} dx &= dx'\cos\omega t' - dy'\sin\omega t' - x'\omega(\sin\omega t')dt' - y'\omega(\cos\omega t')dt' \\ &= dx'\cos\omega t' - dy'\sin\omega t' - \omega(x'\sin\omega t' + y'\cos\omega t')dt' \\ &= dx'\cos\omega t' - dy'\sin\omega t' - \omega y dt' \end{aligned}$$

beziehungsweise analog für $dy$:

$$dy = dx'\sin\omega t' - dy'\cos\omega t' - \omega x dt'.$$

Durch quadrieren erhält man:

$$\begin{aligned} dx^2 &= dx'^2\cos^2\omega t' + dy'^2\sin^2\omega t' + \omega^2 y^2 dt'^2 \\ &\quad -2\cos\omega t'\sin\omega t' dx'dy' - 2\omega y\cos\omega t' dx'dt' + 2\omega y\sin\omega t' dy'dt' \\ dy^2 &= dx'^2\sin^2\omega t' + dy'^2\cos^2\omega t' + \omega^2 x^2 dt'^2 \\ &\quad -2\sin\omega t'\cos\omega t' dx'dy' + 2\omega x\sin\omega t' dx'dt' + 2\omega x\cos\omega t' dy'dt'. \end{aligned}$$

Setzt man diese Ausdrücke nun in die Formel für das Linienelement ein und vereinfacht diese durch die Beziehung

$$-2\omega y\cos\omega t' dx'dt' + 2\omega x\sin\omega t' dx'dt' = -2\omega y' dx'dt' \qquad \text{bzw.}$$

$$-2\omega y\cos\omega t' dy'dt' + 2\omega x\sin\omega t' dy'dt' = -2\omega x' dy'dt',$$

so erhält man die Formel für das Linienelement im rotierenden Bezugssystem:

$$ds'^2 = -dx'^2 - dy'^2 - dz'^2 + 2\omega y' dx'dt' - 2\omega x' dy'dt' + (1 - \omega^2 r^2)dt'^2, \tag{5}$$

wobei $r^2 = x'^2 + y'^2$. Aus dem Linienelement kann man nun die Komponenten des metrischen Tensors ablesen:

$$g'_{14} = g'_{41} = \omega y, \quad g'_{24} = g'_{42} = -\omega x, \quad g'_{44} = 1 - \omega^2 r^2.$$

Der metrische Tensor im rotierenden Koordinatensystem sieht also folgendermaßen aus:

$$g'_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & \omega y \\ 0 & -1 & 0 & -\omega x \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ \omega y & -\omega x & 0 & 1-\omega^2 r^2 \end{pmatrix}. \tag{6}$$

Dieser Tensor $g_{\mu\nu}$ kommt heraus, wenn man die Minkowski-Metrik auf ein rotierendes System transformiert. Es wurde hier noch kein Ergebnis aus der Entwurf-Theorie verwendet. Interessant ist nun zu untersuchen, ob man mit Hilfe der Entwurf-Feldgleichungen auf dasselbe Ergebnis kommt.

### 2.3.6 Die Berechnung der Metrik aus den Entwurf-Feldgleichungen

Wie bereits weiter oben erwähnt, testeten Einstein und Besso auf den Seiten 41-42 ihres Manuskriptes die Feldgleichungen der Entwurf-Theorie auf ihre Kovarianz bezüglich gleichförmig rotierender Systeme. Zu zeigen war also, ob aus den Entwurf-Gleichungen in zweiter Näherung in $\omega$ bei Rotation die Minkowski-Metrik in rotierenden Koordinaten herauskommt.[138] Diese Rechnungen wurden von Michel Janssen[139] rekonstruiert. Sowohl für die ko- als auch für die kontravarianten Komponenten der Metrik wählte Einstein einen Potenzreihenansatz:[140]

$$g_{\mu\nu} = g^{(0)}_{\mu\nu} + g^{(1)}_{\mu\nu} + g^{(2)}_{\mu\nu} + ...$$

$$\gamma_{\mu\nu} = \gamma^{(0)}_{\mu\nu} + \gamma^{(1)}_{\mu\nu} + \gamma^{(0)}_{\mu\nu} + ...$$

Den der Gleichung (6) entspechenden kontravarianten Tensor $\gamma_{\mu\nu}$ erhält man durch Invertieren der Matrix $g_{\mu\nu}$:

$$\gamma_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -1+\omega^2 y^2 & -\omega^2 xy & 0 & \omega y \\ -\omega^2 xy & -1+\omega^2 x^2 & 0 & -\omega x \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ \omega y & -\omega x & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad .$$

[138] Die Metrik im rotierenden System wird ab jetzt der Einfachheit halber mit $g_{\mu\nu}$ statt mit $g'_{\mu\nu}$ bezeichnet.

[139] [Janssen 1999]

[140] Wie in der Arbeit von Einstein und Grossmann bezeichnen hier lateinische Buchstaben kovariante, griechische Buchstaben kontravariante Komponenten, so dass alle Doppelindizes unten geschrieben werden können. Der obere Index in Klammern bezeichnet die Ordnung der Potenzreihenentwicklung. In den Rechnungen wird über doppelte Indizes stets aufsummiert (Einsteinsche Summenkonvention).

Es ergeben sich somit für die obigen Tensoren im rotierenden System $g_{\mu\nu}$ bzw. $\gamma_{\mu\nu}$ folgende Zerlegungen:

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \omega y \\ 0 & 0 & 0 & -\omega x \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \omega y & -\omega x & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\omega^2 r^2 \end{pmatrix}, \tag{7}$$

$$\begin{aligned} \gamma_{\mu\nu} \ &= \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \omega y \\ 0 & 0 & 0 & -\omega x \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \omega y & -\omega x & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ &+ \begin{pmatrix} \omega^2 y^2 & -\omega^2 xy & 0 & 0 \\ -\omega^2 xy & \omega^2 x^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\omega^2 r^2 \end{pmatrix}. \end{aligned} \tag{8}$$

Wir werden nun überprüfen, ob diese Metrik in erster Näherung in $\omega$ eine Lösung der Feldgleichungen darstellt. Obwohl Einstein diese Berechnungen für die ko- und kontravarianten Feldgleichungen durchführte, soll es hier genügen, sich auf die kovariante Form zu beschränken, da hier Einsteins Fehler bereits deutlich werden.[141]

Die in der Einstein-Grossmann-Arbeit auftretenden Feldgleichungen[142] lauten

$$\Delta_{\mu\nu}(\gamma) = \kappa(\Theta_{\mu\nu} + \theta_{\mu\nu})$$

im kontravarianten Fall bzw.

$$-D_{\mu\nu}(g) = \kappa(T_{\mu\nu} + t_{\mu\nu})$$

im kovarianten Fall. $\Theta_{\mu\nu}$ bzw. $T_{\mu\nu}$ sind dabei die kontra- bzw. kovarianten Spannungs-Energie-Tensoren für Materie, $\theta_{\mu\nu}$ bzw. $t_{\mu\nu}$ die entsprechenden Ausdrücke für das Gravitationsfeld. $\Delta_{\mu\nu}(\gamma)$ und $-D_{\mu\nu}(\gamma)$ sind Funktionen des metrischen Tensors und seiner Ableitungen. Wir betrachten wie schon erwähnt nur die kovariante Form: $D_{\mu\nu}(g)$ ist gegeben durch

$$D_{\mu\nu}(g) = \frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial x_\alpha} \left( \gamma_{\alpha\beta} \sqrt{-g} \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x_\beta} \right) - \gamma_{\alpha\beta} \gamma_{\tau\rho} \frac{\partial g_{\mu\tau}}{\partial x_\alpha} \frac{\partial g_{\nu\rho}}{\partial x_\beta}, \tag{9}$$

141 Für eine ausführlichere Untersuchung siehe [Janssen 1999].

142 [Einstein/Grossmann 1913]

$T_{\mu\nu}$ verschwindet im Vakuum und $t_{\mu\nu}$ ist gegeben durch

$$-2\kappa t_{\mu\nu} = \frac{\partial g_{\tau\rho}}{\partial x_\mu}\frac{\partial \gamma_{\tau\rho}}{\partial x_\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu}\gamma_{\alpha\beta}\frac{\partial g_{\tau\rho}}{\partial x_\alpha}\frac{\partial \gamma_{\tau\rho}}{\partial x_\beta}. \tag{10}$$

In diesen beiden Formeln kommen zweite Ableitungen sowie Produkte von ersten Ableitungen der Funktionen aus den metrischen Tensoren vor. Die zweiten Ableitungen der Komponenten bis zur ersten Ordnung ($g^{(1)}_{\mu\nu}$ bzw. $\gamma^{(1)}_{\mu\nu}$) verschwinden, und die ersten Ableitungen sind entweder gleich null oder $\omega$. Da sie als Produkt auftauchen und somit höchstens $\omega^2$ ergeben, was in dieser Näherung vernachlässigt werden kann, sind die Feldgleichungen auf beiden Seiten identisch Null und damit erfüllt.

Untersuchen wir nun die Beiträge 2. Ordnung, die sich aus den Feldgleichungen ergeben, und beschränken uns hierbei auf die Komponente $g^{(2)}_{44}$. Die Feldgleichung ohne Materie lautet dafür:

$$D^{(2)}_{44}(g) + \kappa t^{(2)}_{44} = 0. \tag{11}$$

Um $D^{(2)}_{44}(g)$ auszurechnen, formen wir die Gleichung (9) mit Hilfe der Produktregel um in

$$D_{44}(g) = \frac{1}{\sqrt{-g}}\frac{\partial}{\partial x_\alpha}\left(\gamma_{\alpha\beta}\sqrt{-g}\right)\frac{\partial g_{44}}{\partial x_\beta} + \gamma_{\alpha\beta}\frac{\partial^2 g_{44}}{\partial x_\alpha \partial x_\beta} - \gamma_{\alpha\beta}\gamma_{\tau\rho}\frac{\partial g_{4\tau}}{\partial x_\alpha}\frac{\partial g_{4\rho}}{\partial x_\beta}. \tag{12}$$

Der erste Term liefert keinen Beitrag zweiter Ordnung, da $g^{(1)}_{44} = 0$. Der zweite Term ergibt

$$\gamma_{\alpha\beta}\frac{\partial^2 g_{44}}{\partial x_\alpha \partial x_\beta} = -\frac{\partial^2 g_{44}}{\partial^2 x} - \frac{\partial^2 g_{44}}{\partial^2 y} - \frac{\partial^2 g_{44}}{\partial^2 z} + \frac{\partial^2 g_{44}}{\partial^2 t} = -\Delta g^{(2)}_{44},$$

der letzte Term ergibt

$$\begin{aligned} -\gamma_{\alpha\beta}\gamma_{\tau\rho}\frac{\partial g_{4\tau}}{\partial x_\alpha}\frac{\partial g_{4\rho}}{\partial x_\beta} &= -\gamma^{(0)}_{11}\gamma^{(0)}_{22}\frac{\partial g^{(1)}_{42}}{\partial x_1}\frac{\partial g^{(1)}_{42}}{\partial x_1} - \gamma^{(0)}_{22}\gamma^{(0)}_{11}\frac{\partial g^{(1)}_{41}}{\partial x_2}\frac{\partial g^{(1)}_{41}}{\partial x_2} \\ &= -\omega^2 - \omega^2 = -2\omega^2, \end{aligned}$$

also insgesamt:

$$D^{(2)}_{44}(g) = -\Delta g^{(2)}_{44} - 2\omega^2. \tag{13}$$

Nun müssen wir noch den Ausdruck $\kappa t^{(2)}_{44}$ der Feldgleichung (11) mit Hilfe von (10) berechnen:

$$\kappa t^{(2)}_{44} = -\frac{1}{2}\frac{\partial g^{(1)}_{\tau\rho}}{\partial x_4}\frac{\partial \gamma^{(1)}_{\tau\rho}}{\partial x_4} + \frac{1}{4} g^{(0)}_{44}\gamma^{(0)}_{\alpha\beta}\frac{\partial g^{(1)}_{\tau\rho}}{\partial x_\alpha}\frac{\partial \gamma^{(1)}_{\tau\rho}}{\partial x_\beta}$$

Der linke Term verschwindet, da $\frac{\partial g_{\tau\rho}^{(1)}}{\partial x_4} = \frac{\partial \gamma_{\tau\rho}^{(1)}}{\partial x_4} = 0$, wie man aus (7) und (8) ablesen kann. Der rechte Term ergibt

$$\frac{1}{4} g_{44}^{(0)} \gamma_{22}^{(0)} \frac{\partial g_{14}^{(1)}}{\partial x_2} \frac{\partial \gamma_{14}^{(1)}}{\partial x_2} + \frac{1}{4} g_{44}^{(0)} \gamma_{11}^{(0)} \frac{\partial g_{24}^{(1)}}{\partial x_1} \frac{\partial \gamma_{24}^{(1)}}{\partial x_1} + \frac{1}{4} g_{44}^{(0)} \gamma_{22}^{(0)} \frac{\partial g_{41}^{(1)}}{\partial x_2} \frac{\partial \gamma_{41}^{(1)}}{\partial x_2} \tag{14}$$
$$+ \frac{1}{4} g_{44}^{(0)} \gamma_{11}^{(0)} \frac{\partial g_{42}^{(1)}}{\partial x_1} \frac{\partial \gamma_{42}^{(1)}}{\partial x_1} = -\frac{1}{4}\omega^2 - \frac{1}{4}\omega^2 - \frac{1}{4}\omega^2 - \frac{1}{4}\omega^2 = -\omega^2.$$

Setzen wir nun (13) und (14) in (11) ein, so erhalten wir

$$-\Delta g_{44}^{(2)} - 2\omega^2 - \omega^2 = 0 \qquad \Leftrightarrow \qquad \Delta g_{44}^{(2)} = -3\omega^2. \tag{15}$$

Sei nun $g_{44}^{(2)}$ von der Form

$$g_{44}^{(2)} = k\omega^2 r^2, \qquad k = konst. \tag{16}$$

Der Laplace-Operator angewendet auf $r^2 = x^2 + y^2$ liefert $\Delta r^2 = 4$; deshalb folgt sofort:

$$\Delta g_{44}^{(2)} = 4k\omega^2.$$

Der Vergleich mit Gleichung (15) ergibt $k = -\frac{3}{4}$, was wir zurück in (16) einsetzen:

$$g_{44}^{(2)} = -\frac{3}{4}\omega^2 r^2.$$

Der Wert, den man aus Gleichung (7) abliest, lautet dagegen

$$g_{44}^{(2)} = -\omega^2 r^2.$$

Führt man die entprechenden Rechnungen für die kontravarianten Feldgleichungen durch, so erhält man auch hier ein Ergebnis für $\gamma_{44}^{(2)}$, das von $\gamma_{44}^{(2)} = 0$ in (8) abweicht, und auch für andere als die 44-Komponenten gibt es abweichende Ergebnisse.
Warum Einstein trotzdem durch diese Rechnungen von der Richtigkeit seiner Theorie überzeugt wurde und welche Fehler er dabei beging, wird in Abschnitt 2.5.2 behandelt.

## 2.4 Zwischen Zweifel und Zuversicht: fehlende Kovarianz von 1913 bis 1915

### 2.4.1 Rotation in der Öffentlichkeit: Die Naturforscherversammlung

Die erste öffentliche Bekanntmachung seiner Ergebnisse zur Relativität der Trägheit in *rotierenden* Systemen erfolgte am 23.9.1913 auf der 85. Naturforscherversammlung in Wien[143], wo Einstein alle drei in dem Brief an Lorentz erwähnten Effekte diskutierte. Diese Konferenz war von interessanten Diskussionen über Relativitätstheorien begleitet und sorgte in den folgenden Jahren in Wien für einen gewaltigen Impuls für die Forschung über Gravitationstheorien, woraus auch Hans Thirring hervorging, der später die Machschen Effekte aus den Einsteinschen Feldgleichungen von 1915 herleitete.[144]

Trotz des invariantentheoretischen Charakters der Entwurf-Theorie mussten Einstein und Grossmann zugeben, dass die Feldgleichungen die Forderung der allgemeinen Kovarianz nicht erfüllten; diese war lediglich für lineare Transformationen erfüllt. Auch wenn Einstein hoffte, dass er eine größere Gruppe von Transformationen als die lineare finden würde, so musste er bei dem jetzigen Stand der Theorie Einwände seitens der anderen Physiker erwarten, da die Theorie von der Gleichberechtigung aller Bezugssysteme ausging. Dies drückte Einstein in einem Brief an Ehrenfest aus:

> „Die Theorie widerlegt ihren eigenen Ausgangspunkt; sie steht dann in der Luft. [...] Sollte es sich zeigen lassen, dass nichtlineare Transformationen überhaupt nicht existieren, so verdiente die Theorie kein Vertrauen.“[145]

Nun hatte, wie in Abschnitt 2.3.6 dargestellt wurde, Einstein zwar bereits nachgerechnet, dass die Feldgleichungen auch den Transformationen auf rotierende Systeme standhielten, wodurch sicherlich Einsteins Hoffnung genährt wurde, dass die Feldgleichungen bezüglich einer größeren Gruppe als der der linearen Transformationen gültig waren. Einstein verschwieg in seinem Vortrag dieses Resultat vermutlich deshalb, weil es zu einer noch größeren Entrüstung hätte führen können, da die rotierende Bewegung bis zu diesem Zeitpunkt eben noch nicht zu den „erlaubten“ Transformationen gehörte. Wie wir später sehen werden, hatte sich Einsteins Schweigen als sinnvoll herausgestellt, da er sich bei der Transformation auf rotierende Systeme sowieso verrechnet hatte, was er aber erst im September des Jahres 1915 bemerkte. Angenommen, Einstein hätte bereits 1913 im Einstein-Besso-Manuskript die Rechnungen korrekt durchgeführt, was ihm die Mängel der Theorie aufgezeigt hätte, so hätte er schon früher große Zweifel

[143] [Einstein 1913d]
[144] Zur Forschung über Relativitätstheorie in Wien siehe [Havas 1999].
[145] Einstein an Lorentz vom 14.8.1913.

bekommen. Möglicherweise hätte das aber dazu geführt, dass er bereits deutlich vor dem November 1915 die allgemein kovarianten Gleichungen gefunden hätte. Auch die Briefe an Mach und Lorentz hätten sicherlich keinen so positiv gestimmten Einstein offenbart, denn er erkannte an:

> „Würden wir von den Gleichungen der Physik nur verlangen, dass sie *linearen* Transformationen gegenüber kovariant sein müssen, so würde unsere Theorie ihre Hauptstütze einbüßen. Denn eine Transformation auf ein beschleunigtes oder rotierendes System würde dann keine berechtigte Transformation sein, und die in §1 hervorgehobene physikalische Gleichwertigkeit des 'Zentrifugalfeldes' und Schwerefeldes würde durch die Theorie nicht auf eine Wesensgleichheit zurückgeführt.“[146]

Einstein betonte auf der Versammlung weiterhin, dass er ebensowenig wie Mach der Ansicht sei, dass die Relativität der Trägheit einer logischen Notwendigkeit entspreche. Eine die Relativität der Trägheit enthaltende Theorie war für ihn jedoch befriedigender, da sie den problematischen Begriff des Inertialsystems überflüssig machte.

### 2.4.2 Erweiterungen der Entwurf-Theorie

In der Folgezeit bemühte sich Einstein darum, die größte Gruppe der „berechtigten“ Transformationen herauszufinden. Er hatte bemerkt, dass nicht nur seine Feldgleichungen, sondern auch sein Energie-Impuls-Erhaltungssatz in der Form

$$\sum_{n} u \frac{\partial}{\partial x_\nu}(\mathfrak{T}_{\sigma\nu} + \mathfrak{t}_{\sigma\nu}) = 0 \tag{17}$$

nicht allgemein kovariant sein konnten.
Im September 1913 fand er ein (eher intuitives) Argument gegen die Möglichkeit, allgemein kovariante Feldgleichungen aufstellen zu können. Mit seinem sogenannten „Lochargument“ glaubte er, aus der allgemeinen Kovarianz einen Widerspruch zum Kausalitätsprinzip aufgezeigt zu haben.[147] Anfang 1914 veröffentlichten Einstein und Grossmann einen ergänzenden Artikel zu ihrer Arbeit von

[146] [Einstein 1914e]

[147] Das sogenannte Lochargument wurde erstmalig in [Einstein 1914b] veröffentlicht. Es besagt, dass in einem ganz wllkürlich gewählten Bezugssystem $\Sigma$ die Metrik $g_{\mu\nu}$ nicht vollständig durch die Materieverteilung $T_{\mu\nu}$ bestimmt sein kann. Man denke sich dabei die $T_{\mu\nu}$ und die $g_{\mu\nu}$ überall gegeben, wobei in einem Teil $\Phi$ (dem „Loch“) des vierdimensionalen Kontinuums alle $T_{\mu\nu}$ verschwinden. Nun kann man ein neues Bezugssystem $\Sigma'$ einführen, das außerhalb von $\Phi$ mit dem ursprünglichen übereinstimmt, innerhalb jedoch von dem ursprünglichen abweicht, wobei die Stetigkeit gewahrt bleiben muss. In Bezug auf das neue System $\Sigma'$ mit der Materie $T'_{\mu\nu}$ und dem Gravitationsfeld $g'_{\mu\nu}$ gilt zwar überall $T'_{\mu\nu}=T_{\mu\nu}$, während im Innern des Loches $\Phi$ die Gleichungen $g'_{\mu\nu}=g_{\mu\nu}$ sicher nicht alle erfüllt sind. Daraus folgt die Behauptung.

1913[148], in der eine Bedingung hergeleitet wurde, die notwendig erfüllt sein musste, damit die Metrik eine Lösung der Entwurf-Feldgleichungen darstellte. Ausgehend von den Feldgleichungen in der Form

$$\sum_{\alpha\beta\mu} \frac{\partial}{\partial x_\alpha}\left(\sqrt{-g}\gamma_{\alpha\beta}g_{\sigma\mu}\frac{\partial\gamma_{\mu\nu}}{\partial x_\beta}\right) = \kappa(\mathfrak{T}_{\sigma\nu} + \mathfrak{t}_{\sigma\nu})$$

erhielten sie durch einfaches Ableiten nach $x_\nu$ mit Berücksichtigung der Gleichung (17):

$$B_\sigma := \frac{\partial}{\partial x_\nu}\frac{\partial}{\partial x_\alpha}\left(\sqrt{-g}\gamma_{\alpha\beta}g_{\sigma\mu}\frac{\partial\gamma_{\mu\nu}}{\partial x_\beta}\right) = 0. \tag{18}$$

Diese Erkenntnis war für Einstein eine große Befriedigung und führte dazu, dass er sich endgültig mit der fehlenden Kovarianz abfand. Im März 1914 schrieb er an Besso:

> „Ich habe beweisen können durch *einfache* Rechnung, *dass die Gleichungen der Gravitation für jedes Bezugssystem gelten, welches dieser Bedingung angepasst ist.* Hieraus geht hervor, dass es Beschleunigungstransformationen mannigfaltigster Art gibt, welche die Gleichungen in sich selbst transformieren. (z.B. auch Rotation)“[149]

In der Tat sieht man, dass die Gleichung (18) erfüllt ist, wenn man die Werte aus der Metrik im rotierenden System (Gleichung (6)) einsetzt. Somit wurde Einstein durch das Herleiten dieser zusätzlichen Bedingung in seinem Glauben bestätigt, dass die Entwurf-Feldgleichungen der Transformation auf ein gleichförmig rotierendes Bezugssystem genügten. Setzt man dagegen die aus den Feldgleichungen korrekt berechneten Werte für das Feld ein, so ergibt sich

$$B_\sigma = \begin{pmatrix} \frac{-4\omega^4 x}{c^4} \\ \frac{-4\omega^4 x}{c^4} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Es dauerte jedoch noch mehr als ein Jahr, bis Einstein seine Fehler bemerkte.

[148] [Einstein/Grossmann 1914]
[149] Einstein an Besso vom 10.3.1914.

## 2.5 Das Verwerfen des Entwurfs

### 2.5.1 Die drei Widersprüche

Im September 1915 entdeckte Einstein endlich die gravierenden Mängel in der Entwurf-Theorie: Insgesamt waren es gleich drei Gründe, die ihn dazu bewogen, die Entwurf-Theorie zu verwerfen. Diese werden aus einem Brief ersichtlich, den Einstein nach dem Aufstellen der endgültigen, allgemein kovarianten Gleichungen an Sommerfeld schrieb:

> „Ich erkannte nämlich, dass meine bisherigen Feldgleichungen der Gravitation gänzlich haltlos waren! Dafür ergaben sich folgende Anhaltspunkte:
>
> 1) Ich bewies, dass das Gravitationsfeld auf einem gleichförmig rotierenden System den Feldgleichungen nicht genügt.
> 2) Die Bewegung des Merkur-Perihels ergab sich zu 18” statt 45” pro Jahrhundert.
> 3) Die Kovarianzbetrachtung in meiner Arbeit vom letzten Jahre liefert die Hamilton-Funktion H nicht. Sie lässt, wenn sie sachgemäß verallgemeinert wird, ein beliebiges H zu. Daraus ergab sich, dass die Kovarianz bezüglich „angepasster“ Koordinatensysteme ein Schlag ins Wasser war.“[150]

M. Janssen geht davon aus, dass Punkt 1) für Einstein der Hauptgrund dafür war, die Gleichungen der Entwurf-Theorie zu verwerfen.[151] Dazu passt eine Bemerkung Einsteins in einem Brief an De Sitter:

> „Ich merkte meine damaligen Irrtümer daran, dass ich direkt ausrechnete, dass meine damaligen Feldgleichungen für ein in einem Galileischen Raume rotierenden System nicht erfüllt waren.“[152]

In Einsteins am 11. Nov. 1915 veröffentlichten Papier „Zur allgemeinen Relativitätstheorie“ betonte er allerdings, dass es das Hamilton-Problem war, aufgrund dessen er das Vertrauen in die alten Feldgleichungen verloren habe. Dass Einstein aus den Entwurf-Feldgleichungen einen falschen Wert für die Anomalie in der Merkur-Perihel-Bewegung herausbekam, war ihm bereits seit 1913 bewusst, hatte er aber seitdem verschwiegen[153]. An dieser Stelle soll jedoch nur das Rotationsproblem von Interesse sein.

[150] Einstein an Sommerfeld vom 28.11.1915.
[151] Siehe [Janssen 1999].
[152] Einstein an De Sitter vom 23.1.1917.
[153] Siehe Einstein-Besso-Manuskript, Abschnitt 2.3.3.

### 2.5.2 Bei Einstein kommen Zweifel auf

Den Widerspruch bemerkte Einstein im September 1915. Er zog allerdings nicht sofort die Konsequenz, die Feldgleichungen von 1913 zu verwerfen, sondern sandte das Ergebnis an Erwin Freundlich, der ihm helfen sollte, den Denkfehler zu finden:

> „Ich schreibe Ihnen jetzt in einer wissenschaftlichen Angelegenheit, die mich ungeheuer elektrisiert. Ich bin nämlich in der Gravitationstheorie auf einen logischen Widerspruch quantitativer Art gestossen, der mir beweist, dass in meinem Gebäude irgendwo eine rechnerische Ungenauigkeit stecken muss.[...]
> Ich glaube nicht, dass ich selbst imstande bin, den Fehler zu finden, da mein Geist in dieser Sache zu ausgefahrene Geleise hat. Ich muss mich vielmehr darauf verlassen, dass ein Nebenmensch mit unverdorbener Gehirnmasse den Fehler findet. Versäumen Sie nicht, wenn Sie Zeit haben, sich mit dem Gegenstande zu beschäftigen.“[154]

Freundlich reagierte nicht auf diesen Brief. Verwunderlich ist, dass Einstein sich mit dem Problem nicht an Besso wandte, mit dem er etwa zwei Jahre zuvor dieselben Rechnungen durchgeführt hatte und dabei den Widerspruch nicht bemerkte. Die Ursache dafür, dass Einstein seine Rechenfehler nicht bemerkte, lag sicherlich zum großen Teil an seiner Neigung, von der Richtigkeit seiner Theorien überzeugt zu sein. So tendierte er dazu, nur das Ergebnis, das herauskommen sollte, fest im Auge zu behalten und stattdessen bei unerwartetem Ergebnis einen Fehler in den Rechnungen anzunehmen.[155]
Der erste gravierende Fehler fällt allerdings nicht in diese Kategorie. Wie aus den Rechnungen im Einstein-Besso Manuskript (S.41-42) hervorgeht, beging Einstein seinen ersten faux pas bereits beim Ablesen der Komponenten der Metrik $g_{\mu\nu}$ aus dem Linienelement im rotierenden System (Gleichung (5)). Er schreibt ($\alpha$ ist hier die Winkelgeschwindigkeit):[156]

$$\begin{aligned} g_{14} &= -2\alpha y, \qquad \gamma_{14} = -2\alpha y \\ g_{24} &= 2\alpha y, \qquad \gamma_{14} = 2\alpha y. \end{aligned}$$

Für die Komponenten der gemischten Terme übernimmt er also, obwohl es sich bei $g_{\mu\nu}$ um eine symmetrische Matrix handelt, den Faktor 2. Dieser kommt allerdings nur dadurch zustande, dass z.B. $g_{14}$ und $g_{41}$ den gleichen Beitrag zum

[154] Einstein an Freundlich vom 30.9.1915.
[155] Wie sehr Einstein von der Richtigkeit seiner Theorien überzeugt war, zeigt auch ein Satz aus einem Gespräch mit einer Doktorandin, die ihn 1919 im Jahr nach der Bestätigung der Lichtablenkung gefragt hatte, was er gemacht hätte, wenn das Ergebnis negativ gewesen wäre. Einsteins Antwort:„Da könnt' mir halt der liebe Gott leid tun, die Theorie stimmt doch!“ Aus: Rosenthal-Schneider, Ilse, (1957), „Erinnerungen an Gespräche mit Einstein“, Manuskript, S. 2. Zitiert nach [Fölsing 1995], S. 496.
[156] Seite 41 im Manuskript.

Linienelement liefern.[157] Besso fügte nachträglich diese falsche Metrik zu Einsteins Aufzeichnungen hinzu, bemerkte also den Fehler auch nicht. Setzt man diese falschen Werte in die Rechnungen ein, so sehen die Gleichungen (13) und (14) folgendermaßen aus:

$$D_{44}^{(2)}(g) = -\Delta g_{44}^{(2)} - 8\omega^2, \qquad \kappa t_{44} = -4\omega^2.$$

Nun begeht Einstein einen weiteren Fehler, der diesmal sehr nach Einsteins oben erwähnter Schwäche aussieht: Beim Einsetzen in die Feldgleichung (11) verliert die Gleichung $t_{44} = -4\omega^2$ ihr Minuszeichen, so dass anstelle von $\Delta g_{44} = -12\omega^2$ das gewünschte Ergebnis

$$-\Delta g_{44} - 8\omega^2 + 4\omega^2 = 0 \qquad \Leftrightarrow \qquad \Delta g_{44} = -4\omega^2$$

herauskommt.[158]

Ein Teil der Rechnungen, in denen Einstein seinen Irrtum bemerkte, steht im Anhang zu einem Brief an Otto Naumann vom 1.10.15.[159] Außer diesem Dokument ist keine weitere Aufzeichnung dieser Rechnungen bekannt, so dass unklar ist, ob Einstein auch die mangelnde Übereinstimmung in den anderen Komponenten bemerkt hat.
Zwar sah Einstein zunächst das Problem nicht bei seinen Feldgleichungen, sondern bei seinen Rechnungen („Entweder sind die Gleichungen numerisch falsch, oder ich wende sie in einer ganz falschen Weise an.“[160]), konnte aber letztendlich keinen Fehler in den Rechnungen finden und kam so zu dem Schluss, dass die Gleichungen der Entwurf-Theorie den gleichförmig rotierenden Systemen nicht genügten. Dies war sicherlich ein schwerer Schlag für Einstein, schließlich hatte er in Briefen an Mach und Lorentz mit solcher Euphorie auf die Erfüllung der Relativität der Rotation reagiert. Die fehlende Invarianz bezüglich der Rotation war gleichbedeutend mit einem Todesstoß für die Entwurf-Theorie. In diesem Fall wäre es nämlich unmöglich, die in rotierenden Systemen auftretenden Trägheitskräfte als Gravitationskräfte zu interpretieren, womit Einsteins Absicht, das Machsche Problem zu lösen, zunichte gemacht worden wäre. Hinzu kamen die beiden anderen in dem Brief an Sommerfeld

[157] Auch schon früher ist Einstein dieser Fehler unterlaufen. Siehe Zürich-Notizbuch, Coll.Pap 4, doc 10, S.8, S. 24.

[158] Auch bei den entsprechenden Rechnungen für den kontravarianten Fall, bei denen er seinen Irrtum hätte bemerken können, begeht Einstein einen ähnlichen Fehler.

[159] Naumann war Ministerialdirektor im preußischen Kultusministerium. Einstein wendete sich an Naumann, weil er erreichen wollte, dass Erwin Freundlich, der an der Berliner Sternwarte unter Leitung von Karl Hermann Struve mit Präzisionsvermessungen von Sternen beschäftigt war, von dieser Tätigkeit befreit wird, um sich ganz der Bestätigung der von Einsteins ART vorausgesagten Konsequenzen widmen zu können (Lichtablenkung und Rotverschiebung im Schwerefeld).

[160] Einstein an Freundlich vom 30.9.1915.

erwähnten Probleme, der falsche Wert für die Verschiebung des Merkurperihels sowie die beliebige Wahl der Hamilton-Funktion.
Nach M. Janssen war das Problem mit der Rotation das entscheidende, das zur Aufgabe der Entwurf-Theorie führte.[161]

### 2.5.3 Einstein am Ziel: Allgemeine Kovarianz

Im November 1915 legte Einstein an vier aufeiner folgenden Wochen der Berliner Akademie je einen kurzen Artikel vor, wobei er am 18. November die richtige Perihelbewegung ableiten konnte[162] und schließlich am 25. November die endgültigen allgemein kovarianten Feldgleichungen angab[163]. Am 20. März 1916 erschien dann Einsteins erste Gesamtdarstellung der ART mit den neuen Feldgleichungen,[164] die folgendermaßen aussehen:

$$R_{\mu\nu} + S_{\mu\nu} = -\kappa(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}T).$$

In dieser Arbeit ging er auch auf das Rotationsproblem ein. In einem Gedankenexperiment mit zwei gegeneinander rotierenden Flüssigkeitskugeln versuchte er, die erkenntnistheoretische Problematik der Annahme eines absoluten Raumes zu erläutern.
Dabei stellte sich Einstein zwei frei im Raume schwebende Flüssigkeitskugeln $S_1$ und $S_2$ von gleicher Art und Größe vor, die sich in so großer Entfernung voneinander und von den übrigen Massen befinden, dass nur die Gravitationskräfte berücksichtigt werden müssen, welche die Teile *eines* Körpers aufeinander ausüben. Jede dieser Kugeln soll, von einem Beobachter aus, der relativ zur jeweils anderen Masse ruht, mit konstanter Winkelgeschwindigkeit um ihre gemeinsame Verbindungslinie rotieren. Eine Vermessung beider Körper ergebe, dass einer (etwa $S_1$) kugelförmig und der andere ($S_2$) ein Rotationsellipsoid sei.
Die Newtonsche Mechanik behauptet nun, $S_1$ befindet sich relativ zu einem Raum $R_1$ in Ruhe, wobei $R_1$ ein „berechtigter" Raum, ein Inertialraum ist. $S_2$ ist gegen diesen Raum nicht in Ruhe. Die Gesetze der Mechanik gelten aber nur in diesem „berechtigten" Raum. Die Verformung des Körpers $S_2$ beruht also auf einer Relativbewegung gegen diesen Raum.
Nun wurden der berechtigte Raum und die Inertialsysteme gerade eingeführt, um die Trägheitskräfte ($\rightarrow$ Verformung) zu beschreiben. Das Kausalitätsprinzip aber verlangt, dass man als Begründung für etwas Beobachtetes auch nur beobachtbare Erfahrungstatsachen angeben darf. Für die beobachtete Verformung wird aber die Rotation gegen den absoluten Raum angegeben, und da man diese Rotation lediglich an den Wirkungen erkennen kann, vermag die Newtonsche

161 Für eine weitere Diskussion siehe [Janssen 1999].
162 [Einstein 1915c]
163 [Einstein 1915d]
164 [Einstein 1916a]

Mechanik keine erkenntnistheoretisch befriedigende Antwort auf dieses Problem zu geben. Nach Einstein kann man nur sagen, dass $S_1$ und $S_2$ allein keine Ursache aufzeigen, die das unterschiedliche Verhalten begründen, sie muss also außerhalb von $S_1$ und $S_2$ liegen ($\rightarrow$ ferne Massen) . So gelangte er zu der Auffassung, dass es kein bevorzugtes System geben kann, sondern alle Systeme als gleichberechtigt angesehen werden müssen. Dieses Gedankenexperiment wird in der Folgezeit verschiedene Physiker zu Kritik an der Idee der Relativität der Rotation und der Trägheit allgemein bewegen, wie wir in Kapitel 4 sehen werden.

# 3 Die Bestätigung der Relativität der Rotation durch Hans Thirring

„Wenn ich die überschwängliche Redeweise eines d'Annunzio hätte, würde ich jetzt ausrufen: Dieser Tag stempelt Sie zum größten Physiker der Welt!“

(Hans Thirring, 1919)[165]

## 3.1 Der Mensch und Physiker Hans Thirring

### 3.1.1 Eine Biographie

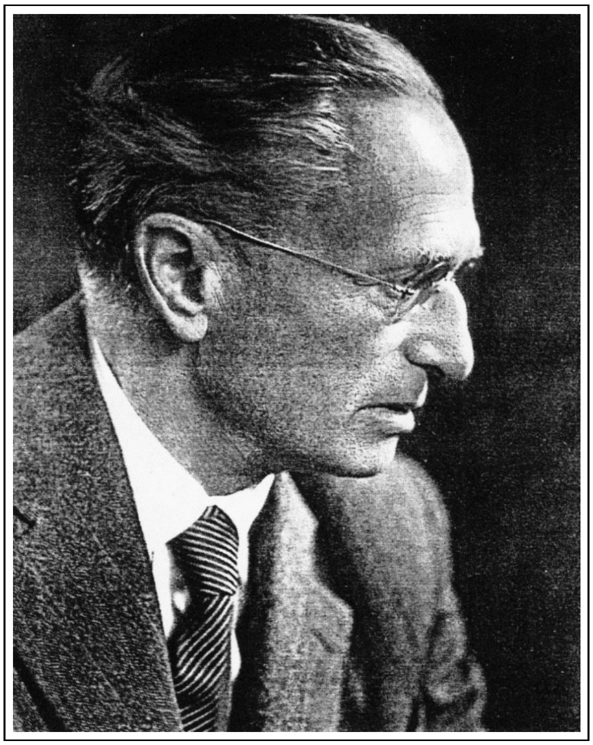

Abbildung 6: Hans Thirring

Hans Thirring wurde am 23. März 1888 in Wien als Sohn von Marietta und Ludwig Julius Thirring geboren.[166] Sein Vater hatte in Wien Mathematik und Physik studiert und arbeitete als Hauptschullehrer. Nach zweijährigem Hausunterricht und dem Besuch der Volksschule trat er 1899 in das Sophiengymnasium ein, wo er 1907 die Reifeprüfung ablegte. Danach begann er an der Universität Wien das Studium der Fächer Mathematik, Physik und Turnen. Die Vorlesungen von Fritz Hasenöhrl erzeugten in Thirring eine Faszination für die theoretische Physik, welche er in den Mittelpunkt seiner Studien stellte. Er promovierte 1911 mit einer Arbeit über Thermodynamik und legte 1912 die Lehramtsprüfung in Mathematik und Physik ab. Sein Studienfreund Erwin Schrödinger bewog ihn dazu, sich mit der spezifischen Wärme von Kristallen zu beschäftigen, worüber Thirring im Jahre 1915 habilitieren konnte. Als Hasenöhrl im 1. Weltkrieg am 7.10.1915 fiel, übernahm Hans Thirring im Studienjahr 1916/17 dessen Vorlesung über Mechanik. Die darauffolgenden Jahre, in denen Thirring zu einem der bekanntesten Vertreter der Relativitätstheorie wurde, waren die

[165] Reaktion auf die Bestätigung der Lichtablenkung an der Sonne in einem Brief an Einstein vom 20.10.1919. (Unveröffentlicher Brief, Albert Einstein Archive at the Hebrew University of Jerusalem, ALS [23 054).

[166] Für eine ausführlichere Darstellung siehe [Zimmel 1992].

kreativsten seines Lebens. Im Jahre 1918 veröffentlichte er in der *Physikalischen Zeitschrift* zwei Artikel, in denen er sich mit der Anwendung der Einsteinschen Feldgleichungen auf die Rotationsbewegung beschäftigte: *Über die Wirkung rotierender ferner Massen in der Einsteinschen Gravitationstheorie* sowie in Zusammenarbeit mit Josef Lense[167] *Über den Einfluß der Eigenrotation der Zentralkörper auf die Bewegung der Planeten und Monde nach der Einsteinschen Gravitationstheorie*. Die zweite Arbeit ist heute unter dem Namen Thirring-Lense-Effekt den Physikern weltweit geläufig. Außerdem veröffentlichte er eine Arbeit, in der er die formale Analogie zwischen den Differenzialgleichungen der Maxwellschen Theorie und der ersten Näherung der Einsteinschen Theorie erkannte.[168]
Nach diesen Erfolgen wurde Thirring am 14.6.1920 zum außerordentlichen Professor an der Universität Wien ernannt und trat ein Jahr später die Nachfolge von Hasenöhrl als Leiter des Instituts für Theoretische Physik an. Erst sechs Jahre später wurde ihm der Titel des ordentlichen Professors verliehen. Neben seinem Beruf war Thirring erfolgreich als Erfinder tätig, wie man der langen Liste seiner Patente entnehmen kann. Auf seinem eigentlichen Gebiet der theoretischen Physik konnte er allerdings neben den oben erwähnten Arbeiten zur Relativitätstheorie keine weiteren Erfolge verbuchen.
Hans Thirring war überzeugter Pazifist und Antifaschist. Da er diese Haltung auch zunehmend bei öffentlichen Vorträgen äußerte, wurde er von den österreichischen Sicherheitsbehörden ab 1937 unter die Lupe genommen. Nach dem Einmarsch deutscher Truppen in Österreich wurde seine Lage zunehmend schwieriger; es folgte seine Frühpensionierung am 1. 12. 1938. Außer seiner pazifistischen Haltung legte man ihm die Beschäftigung mit der Relativitätstheorie und seine Freundschaft mit Albert Einstein und Sigmund Freud zur Last. Dennoch verließ er das Land nicht, sondern nahm verschiedene Stellen in der Industrie an. Außerdem nutzte er die Zeit bis zum Ende des 2. Weltkrieges für psychologische Forschungen. Thirring, der im Krieg einen seiner beiden Söhne verloren hatte, nahm im Herbst 1945 seine akademische Lehrtätigkeit wieder auf, wurde im Jahre 1946 Dekan der Philosophischen Fakultät der Universität Wien und am 5.6.1946 zum korrespondierenden Mitglied in der mathematisch-naturwissenschaftlichen Klasse der Österreichischen Akademie der Wissenschaften ernannt.
In den folgenden 30 Jahren war Thirring im Dienste des Friedens unterwegs und war Mitglied der auf Initiative von Bertrand Russel gegründeten Pugwash-Bewegung, auf deren Konferenzen westliche und sowjetische Wissenschaftler zusammentreffen sollten, um den Gefahren der Atomkraft entgegenzuwirken. Am 28.6.1957 wurde Thirring vom Landtag der Stadt Wien in den Bundestag gewählt. Als einer der mutigsten Vertreter der Friedensbewegung stellte er

[167] Auch Josef Lense (1890-1985) war am Institut für theoretische Physik in Wien tätig. Bereits im Jahre 1917 beschäftigte er sich mit relativistischen Effekten bei der Bewegung von Monden.
[168] [Thirring 1918c]

1963 den *Thirring-Plan* für die Schaffung eines dauerhaften Weltfriedens durch massive Abrüstung vor und wurde in der Folgezeit mehrfach für den Friedensnobelpreis vorgeschlagen. Thirring verstarb am 22.3.1976 in Wien.
Rückblickend erkennt Thirring an, dass er außer den beiden oben erwähnten Arbeiten nicht viel auf dem Gebiet der theoretischen Physik bewegt hat. So war der eher an technischen Erfindungen und angewandter Psychologie interessierte Hans Thirring auch in den Augen von Erwin Schrödinger im Nachhinein kein geeigneter Kandidat als Nachfolger von Hasenöhrl auf dem Posten des Leiters des Instituts für theoretische Physik:

> „Das Inst. f. theor. Phys. ist ja seit rund 30 Jahren unter der Führung meines lieben Freundes Hans Th. völlig vernachlässigt worden. Seitdem der hochbegabte Fritz Hasenöhrl sich 1914 freiwillig zur Front gemeldet hat und 1916[169] einer italienischen Granate zum Opfer fiel, treibt das Schifflein führerlos. ...Hans Thirring war für das Fach völlig unbegabt, hat meines Wissens seit seinen ersten zwei Arbeiten nichts ernsthaftes veröffentlicht.“[170]

In der Tat endete im Jahre 1925 an Thirrings Institut die Forschungsaktivität auf dem Gebiet der allgemeinen Relativitätstheorie. Interessant ist auch, dass Thirring als begeisterter Experimentator im Jahre 1917 zunächst ein Experiment mit einem rotierenden Hohlzylinder geplant hatte, um den Mitführungseffekt des Inertialsystems zu demonstrieren. Da er aber Schwierigkeiten mit der Organisation und Finanzierung der Geräte hatte, begann er, den Effekt zu berechnen.
Zu seinen wichtigsten Buchveröffentlichungen zählen *Die Idee der Relativitätstheorie* (1921), in dem es ihm nach Meinung vieler Fachkollegen hervorragend gelang, den Kern der neuen Theorie bei völliger Vermeidung der komplizierten Mathematik herauszuarbeiten und so einem breiten Publikum zugängig zu machen, sowie sein aufsehenerregendes Buch *Die Geschichte der Atombombe* (1946), das damals in kürzester Zeit vergriffen war.

### 3.1.2 Thirring, der Relativist

Hans Thirring wurde erst in den Jahren 1917 und 1918 mit der Allgemeinen Relativitätstheorie Einsteins bekannt. Er schrieb später, dass er auf diesem Gebiet seine einzig wirklich interessante Arbeit im Bereich der Theoretischen Physik verfasst habe, über die er später auch auf Aufforderung Hilberts im Göttinger Kolloquium referierte.
Seine beiden Arbeiten, in denen er den Einfluss der Rotation von äußeren Massen sowie von Zentralkörpern auf das Gravitationsfeld, das mathematisch durch den metrischen Tensor $g_{\mu\nu}$ dargestellt wird, untersuchte, sind in engem Zusammenhang zu sehen. Wir wollen unsere Aufmerksamkeit auf die erste Arbeit lenken,

[169] Hasenöhrl starb nicht 1916, sondern schon am 7.10.1915. Siehe [Gillispie 1972].
[170] Erwin Schrödinger an Max Born, 1958. Siehe [Havas 1999].

da Thirring hier berechnete, wie die Rotation einer Kugelschale die Metrik in deren Inneren beeinflusst, womit simuliert wird, wie sich ein rotierendes Universum auf die Form des Wassers in Newtons bzw. Machs Eimer gemäß Einsteins neuer Theorie auswirkt. Würden daraus die richtigen Formeln für die Zentrifugal- und Corioliskraft abgeleitet werden können, wäre das von seiten der Theoretiker die Bestätigung dafür, dass die Relativbewegungen von Massen zumindest einen Einfluss auf das Trägheitsverhalten ausüben, was von seiten der Experimentalphysik vergeblich zu bestätigen versucht wurde.[171]

Ob hieraus bereits gefolgert werden kann, dass die Trägheit von Körpern allein durch die Relativbewegung gegenüber anderen Massen bestimmt wird, wie Einstein es forderte, und somit der absolute Raum völlig aus dem physikalischen Weltbild eliminiert werden kann, soll im vierten Kapitel untersucht werden. Diesbezügliche Fragen wurden zur Zeit von Thirrings Veröffentlichungen bereits heftig zwischen Einstein und dem holländischen Astronom Willem de Sitter diskutiert. Wann derartige Probleme Thirring bewusst wurden, soll anhand seines Briefwechsels mit Einstein geklärt werden. Auf jeden Fall brachte er diese Frage in seiner Arbeit [Thirring 1918a] zum Ausdruck, beteiligte sich aber nicht an den Diskussionen, sondern beschränkte sich auf das Studium des Feldes rotierender Massen gemäß der Einsteinschen Feldgleichungen von 1915 an konkreten Beispielen.

Einstein, der selbst deratige Rechnungen, wie wir in Kapitel 3 gesehen haben, bereits im Jahre 1913 für die Entwurf-Feldgleichungen zusammen mit Michele Besso durchgeführt hatte, hielt solche Untersuchungen nach der Aufstellung der endgültigen Theorie von 1915 allerdings für müßig, da für ihn wegen der allgemeinen Kovarianz seiner Feldgleichungen die Relativität aller Bezugssysteme und daher auch der rotierenden gewährleistet war.[172] So schrieb Einstein in einem Brief an Besso über Zentrifugal- und Corioliskraft:

> „Dass letztere richtig herauskommen, ist bei der allgemeinen Kovarianz der Gleichungen selbstverständlich, sodass ein wirkliches Durchrechnen keinerlei Interesse mehr hat. Dies Interesse ist nur dann vorhanden, wenn man nicht weiss ob Rotations-Transformationen zu den 'erlaubten' gehören, d.h. wenn man sich über die Transformationseigenschaften der Gleichungen nicht im Klaren ist, welches Stadium gottlob endgültig überwunden ist.“[173]

[171] Siehe Kapitel 1.

[172] In der Einleitung seines Artikel bringt Thirring allerdings einen Abschnitt aus Einsteins Arbeit [Einstein 1914e], in welchem dieser die Relativität der rotierenden Bezugssysteme betont, obwohl diese zu dem Zeitpunkt noch nicht verwirklicht worden war, was Einstein aber erst später herausfand (siehe Kapitel 3).

[173] Einstein an Besso vom 31.7.1916.

## 3.2 Thirring bestätigt die Relativität der Rotation

### 3.2.1 Einsteins Methode der näherungsweisen Integration

Die Methode, die den Rechnungen von Hans Thirring zugrunde liegt, wurde von Einstein selbst in einem am 29.6.1916 veröffentlichten Artikel *Näherungsweise Integration der Feldgleichungen der Gravitation* angegeben. Zugrunde lagen die allgemein kovarianten Feldgleichungen von 1915:[174]

$$R_{\mu\nu} + S_{\mu\nu} = -\kappa(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} T)$$

$$R_{\mu\nu} = -\sum_{\alpha} \frac{\partial}{\partial x_\alpha} \left\{ {\mu\nu \atop \alpha} \right\} + \sum_{\alpha\beta} \left\{ {\mu\alpha \atop \beta} \right\} \left\{ {\nu\beta \atop \alpha} \right\}$$

$$S_{\mu\nu} = \frac{\partial log\sqrt{g}}{\partial x_\mu \partial x_\nu} \sum_{\alpha} \left\{ {\mu\nu \atop \alpha} \right\} \frac{\partial log\sqrt{g}}{\partial x_\alpha} \quad .$$

Die Idee ist, dass es für die meisten Probleme auf dem Gebiete der Gravitationstheorie ausreichend ist, die $g_{\mu\nu}$ in erster Näherung zu berechnen. Sie können somit durch die Gleichung

$$g_{\mu\nu} = -\delta_{\mu\nu} + g_{\mu\nu}^{(1)}, \qquad \text{wobei} \quad \begin{array}{lcl} \delta_{\mu\nu} & = & 1 \quad \text{für} \quad \mu = \nu, \\ \delta_{\mu\nu} & = & 0 \quad \text{für} \quad \mu \neq \nu, \end{array}$$

ausgedrückt werden, wobei die $g_{\mu\nu}^{(1)}$ als so klein angesehen werden können, dass ihre Quadrate und Produkte vernachlässigt werden dürfen. Einstein zeigte dann, dass die $g_{\mu\nu}^{(1)}$ analog zu den retardierten Potentialen der Elektrodynamik berechnet werden können:

$$g_{\mu\nu}^{(1)} = g_{\mu\nu}^{(1)'} - \frac{1}{2}\delta_{\mu\nu} \sum_{\alpha} g_{\alpha\alpha}^{(1)'}, \tag{19}$$

$$g_{\mu\nu}^{(1)'} = -\frac{\kappa}{2\pi} \int \frac{T_{\mu\nu}(x, y, z, t - r)}{R} dV_0. \tag{20}$$

Hierbei bedeuten:

$T_{\mu\nu}$: kovarianter Energietensor der Materie,
$dV_0$: räumliches Volumenelement des Integrationsraumes,
$x_1 = x,\ x_2 = y,\ x_3 = z,\ x_4 = it$ : kartesische Koordinaten des Aufpunktes[175],
$x_0,\ y_0,\ z_0,\ t_0$ : Koordinaten des Integrationselementes,
und es gilt

$$R^2 = (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2. \tag{21}$$

Auf diese Resultate griff Thirring bei seinen Berechnungen zurück.

[174] [Einstein 1915d]
[175] Das ist der Punkt, an dem wir das Feld berechnen wollen.

### 3.2.2 Die Berechnung der $g_{\mu\nu}$ in der Nähe des Mittelpunkts einer rotierenden Hohlkugel

Die Arbeit *Über die Wirkung rotierender ferner Massen in der Einsteinschen Gravitationstheorie* besteht aus zwei Teilen: Im ersten Teil werden die $g_{\mu\nu}$ in der Umgebung des Mittelpunkts einer rotierenden Hohlkugel berechnet, im zweiten Teil wird dann die Bewegung eines Massenpunktes in diesem Feld untersucht.

Es werden folgende Bezeichnungen verwendet:

a: Radius der Hohlkugel,
M: Masse der Hohlkugel,
$\omega$: Winkelgeschwindigkeit,
$x,\ y,\ z$ : Koordinaten eines Elements der Kugeloberfläche,
$x_0,\ y_0,\ z_0$ : Koordinaten des Aufpunktes,
$\kappa$: Gravitationskonstante,
$\rho_0$: natürliche gemessene Raumdichte der Materie.

Thirring verwendete die beiden folgenden Näherungen:

Approximation I: Das Feld in der Nähe des Kugelmittelpunktes kann man als so schwach betrachten, dass in den Feldgleichungen nur Glieder in Betracht gezogen werden, die in Bezug auf die Größen $g_{\mu\nu}^{(1)}$ erster Ordnung sind.[176]

Approximation II: Die Geschwindigkeitskomponenten der Massen können als klein gegenüber der Lichtgeschwindigkeit aufgefasst werden, so dass man die Glieder dritter und höherer Ordnung in den Geschwindigkeiten streichen kann.

Zunächst berechnen wir den kovarianten Energietensor $T_{\mu\nu}$, den wir aufgrund der ersten Approximation durch den kontravarianten ersetzen dürfen. Vernachlässigt man die Spannungen, so lautet dieser:

$$T_{\mu\nu} = T^{\mu\nu} = \rho_0 \frac{dx_\mu}{ds}\frac{dx_\nu}{ds} = \rho_0 \frac{dx_\mu}{dx_4}\frac{dx_\nu}{dx_4}\left(\frac{dx_4}{ds}\right)^2 .$$

Wegen der Kugelsymmetrie geben wir die Punkte der Hohlkugel in Kugelkoordinaten an. Die Transformationsformeln lauten:

$$x_1 = x = a\sin\vartheta\cos\varphi, \qquad x_2 = y = a\sin\vartheta\sin\varphi, \qquad x_3 = z = a\cos\vartheta. \qquad (22)$$

Angenommen, die Kugel rotiere mit konstanter Winkelgeschwingigkeit um die z-Achse. Dann bleibt der Polarwinkel $\vartheta$ konstant und $\varphi = \omega t$. Nun können wir

[176] Siehe vorigen Abschnitt.

nach $x_4$ ableiten:

$$\frac{dx_1}{dx_4} = \frac{dx}{idt} = -i\frac{dx}{dt} = -ia\omega \sin\vartheta(-\sin\omega t) = ia\omega\sin\vartheta\sin\varphi,$$

$$\frac{dx_2}{dx_4} = \frac{dy}{idt} = -i\frac{dy}{dt} = -ia\omega \sin\vartheta(\cos\omega t) = -ia\omega\sin\vartheta\sin\varphi,$$

$$\frac{dx_3}{dx_4} = 0, \qquad \frac{dx_4}{dx_4} = 1.$$

Durch Einsetzen in die obige Formel erhalten wir den Materietensor:

$$T_{\mu\nu} = \rho_0\left(\frac{dx_4}{ds}\right)^2 \begin{pmatrix} -a^2\omega^2\sin^2\vartheta\sin^2\varphi & a^2\omega^2\sin^2\vartheta\sin\varphi\cos\varphi & 0 & ia\omega\sin\vartheta\sin\varphi \\ a^2\omega^2\sin^2\vartheta\sin\varphi\cos\varphi & -a^2\omega^2\sin^2\vartheta\cos^2\varphi & 0 & -ia\omega\sin\vartheta\cos\varphi \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ ia\omega\sin\vartheta\sin\varphi & -ia\omega\sin\vartheta\cos\varphi & 0 & 1 \end{pmatrix}. \tag{23}$$

Außerdem brauchen wir für die Anwendung der Gleichung (20) noch das räumliche Volumenelement $dV_0$, das in Polarkoordinaten lautet:

$$dV_0 = a^2\sin\vartheta\; da\; d\vartheta\; d\varphi. \tag{24}$$

Schließlich müssen wir noch $\frac{1}{R}$ durch die Integrationsvariablen ausdrücken. Der Abstand vom Aufpunkt zum Kugelmittelpunkt sei $r$ und der Abstand vom Aufpunkt zum Integrationselement sei $R$. Der Einfachheit halber wählen wir das Koordinatensystem so, dass der Aufpunkt in die x-z-Ebene fällt. Er hat dann die Koordinaten

$$x_0 = r\sin\vartheta_0, \qquad y_0 = 0, \qquad z_0 = r\cos\vartheta_0. \tag{25}$$

Setzen wir nun (22) und (25) in (21) ein, so ergibt sich

$$\begin{aligned} R^2 &= (a\sin\vartheta\cos\varphi - r\sin\vartheta_0)^2 + (a\sin\vartheta\sin\varphi)^2 + (a\cos\vartheta - r\cos\vartheta_0)^2 \\ &= a^2\sin^2\vartheta\cos^2\varphi - 2ar\sin\vartheta\cos\varphi\sin\vartheta_0 + r^2\sin^2\vartheta_0 + a^2\sin^2\vartheta\sin^2\varphi \\ &\quad + a^2\cos^2\vartheta - 2ar\cos\vartheta\cos\vartheta_0 + r^2\cos^2\vartheta_0 \\ &= a^2(1 - \frac{2r}{a}(\sin\vartheta\cos\varphi\sin\vartheta_0 + \cos\vartheta\cos\vartheta_0 + \frac{r^2}{a^2})). \end{aligned}$$

Dieser Ausdruck lässt sich nun vermöge

$$\frac{1}{\sqrt{1+x}} = 1 - \frac{1}{2}x + \frac{3}{8}x^2 - \frac{5}{16}x^3 + ... \qquad , \qquad |\, x \,| < 1 \quad \text{und}$$

$$x = \frac{2r}{a}(\sin\vartheta\cos\varphi\sin\vartheta_0 + \cos\vartheta\cos\vartheta_0 + \frac{r^2}{a^2})$$

in eine binomische Reihe entwickeln. Somit erhält man als Resultat, wobei alle Glieder dritter und höherer Ordnung in $\frac{r}{a}$ weggelassen werden:

$$\begin{aligned}\frac{1}{R} &= \frac{1}{a}\{1+\frac{r}{a}(\sin\vartheta\cos\varphi\sin\vartheta_0+\cos\vartheta\cos\vartheta_0)-\frac{1}{2}\frac{r^2}{a^2}\\ &\quad +\frac{3}{2}\frac{r^2}{a^2}(\sin\vartheta\cos\varphi\sin\vartheta_0+\cos\vartheta\cos\vartheta_0)^2\},\end{aligned}$$

wobei wir abkürzend den Ausdruck in der geschwungenen Klammer mit K bezeichnen wollen:

$$\frac{1}{R}=\frac{K}{a}. \tag{26}$$

Setzt man nun (23), (24) und (26) in (20) ein, so erhält man folgende Werte für $g_{\mu\nu}^{(1)'}$:

$$\begin{aligned}
g_{11}^{(1)'} &= \frac{\kappa}{2\pi}\rho_0 a^3\omega^2 da\int_0^2 2\pi d\phi\int_0^\pi d\theta\left(\frac{dx_4}{ds}\right)^2\sin^3\theta\sin^2\phi K,\\
g_{22}^{(1)'} &= \frac{\kappa}{2\pi}\rho_0 a^3\omega^2 da\int_0^2 2\pi d\phi\int_0^\pi d\theta\left(\frac{dx_4}{ds}\right)^2\sin^3\theta\cos^2\phi K,\\
g_{44}^{(1)'} &= -\frac{\kappa}{2\pi}\rho_0 a da\int_0^2 2\pi d\phi\int_0^\pi d\theta\left(\frac{dx_4}{ds}\right)^2\sin\theta K,\\
g_{12}^{(1)'} &= -\frac{\kappa}{2\pi}\rho_0 a^3\omega^2 da\int_0^2 2\pi d\phi\int_0^\pi d\theta\left(\frac{dx_4}{ds}\right)^2\sin^3\theta\sin\phi\cos\phi K,\\
g_{14}^{(1)'} &= -\frac{i\kappa}{2\pi}\rho_0 a^2\omega da\int_0^2 2\pi d\phi\int_0^\pi d\theta\left(\frac{dx_4}{ds}\right)^2\sin^2\theta\sin\phi K,\\
g_{24}^{(1)'} &= \frac{i\kappa}{2\pi}\rho_0 a^2\omega da\int_0^2 2\pi d\phi\int_0^\pi d\theta\left(\frac{dx_4}{ds}\right)^2\sin^2\theta\cos\phi K,\\
g_{13}^{(1)'} &= g_{23}^{(1)'}=g_{33}^{(1)'}=g_{43}^{(1)'}=0.
\end{aligned}$$

Bei der Berechnung der Größe $\frac{dx_4}{ds}$ genügt es, das Linienelement „nullter“ Annäherung heranzuziehen:

$$\begin{aligned}
ds^2 &= -dx_1^2-dx_2^2-dx_3^2-dx_4^2,\\
\frac{ds^2}{dx_4^2} &= -1-\frac{dx_1^2+dx_2^2+dx_3^2}{dx_4^2}=-1+\omega^2a^2\sin^2\theta,\\
\frac{dx_4^2}{ds^2} &= -\left(1-\omega^2a^2\sin^2\theta\right).
\end{aligned}$$

Wir wollen nun aus den $g_{\mu\nu}^{(1)'}$ gemäß den Einsteinschen Formeln die $g_{\mu\nu}$ berechnen. Um die weitere Prozedur kennenzulernen, soll es uns dabei genügen, die teilweise sehr mühsamen Rechnungen nur am Beispiel der Komponente $g_{24}^{(1)}$ durchzuführen.

In allen $g_{\mu\nu}^{(1)'}$, die schon den Faktor $\omega a$ enthalten, also auch in $g_{24}^{(1)}$, können wir $\frac{dx_4}{ds} = -1$ setzen, da sich unsere Rechengenauigkeit nur bis zu den Gliedern der Ordnung $\omega^2 a^2$ erstreckt, nur bei $g_{44}^{(1)'}$ setzen wir den oben errechneten Ausdruck ein. Außerdem setzen wir noch $\rho_0 \; da = \sigma$ (spezifische Raumdichte). Damit erhalten wir:

$$
\begin{aligned}
g_{24}^{(1)'} &= -\frac{i\kappa}{2\pi}\sigma a^2 \omega \int_0^2 2\pi d\phi \int_0^\pi d\theta \sin^2\theta \cos\phi K \\
&= -\frac{i\kappa}{2\pi}\sigma a^2 \omega \int_0^2 2\pi d\phi \int_0^\pi d\theta \sin^2\theta \cos\phi \{1 + \frac{r}{a}(\sin\vartheta \cos\varphi \sin\vartheta_0 \\
&\quad + \cos\vartheta \cos\vartheta 0) - \frac{1}{2}\frac{r^2}{a^2} + \frac{3}{2}\frac{r^2}{a^2}(\sin\vartheta\cos\varphi\sin\vartheta_0 + \cos\vartheta\cos\vartheta_0)^2\} \\
&= -\frac{i\kappa}{2\pi}\sigma a^2 \omega \int_0^2 2\pi d\phi \int_0^\pi d\theta [\sin^2\theta\cos\phi + \frac{r}{a}\sin^3\theta\cos^2\phi\sin\theta_0 \\
&\quad + \frac{r}{a}\sin^2\theta\cos\theta\cos\phi\cos\theta_0 - \frac{r^2}{2a^2}\sin^2\theta\cos\phi + \frac{3r^2}{2a^2}\sin^4\theta\cos^3\phi\sin^2\theta_0 \\
&\quad + \frac{3r^2}{a^2}\sin^3\theta\cos^2\phi\sin\theta_0\cos\theta\cos\theta_0 + \frac{3r^2}{2a^2}\sin^2\theta\cos\phi\cos^2\theta\cos^2\theta_0].
\end{aligned}
$$

Glücklicherweise sagen uns geometrische Überlegungen am Graphen von sin bzw. cos, dass alle Terme in der eckigen Klammer bis auf den zweiten nach der Integration null ergeben:

$$
\begin{aligned}
g_{24}^{(1)'} &= -\frac{i\kappa}{2\pi}\sigma a^2 \omega \frac{r}{a}\sin\theta_0 \int_0^2 2\pi d\phi \cos^2\phi \left[-\cos\theta + \frac{1}{3}\cos^3\theta\right]_0^\pi \\
&= -\frac{i\kappa}{2\pi}\sigma a^2 \omega \frac{r}{a}\sin\theta_0 \int_0^2 2\pi d\phi \cos^2\phi \frac{4}{3} \\
&= -\frac{i\kappa}{2\pi}\sigma a^2 \omega \frac{r}{a}\sin\theta_0 \left[\frac{1}{2}\phi + \frac{1}{4}\sin 2\phi\right]_0^{2\pi} \\
&= -\frac{i\kappa}{2\pi}\sigma a^2 \omega \frac{r}{a}.
\end{aligned}
$$

Nun ersetzen wir noch $k = \frac{\kappa}{8\pi}$ (gewöhnliche Gravitationskonstante), $M = 4\pi\sigma a^2$ und setzen anstelle der Polarkoordinaten wieder kartesische ein ($x_0 = r\sin\theta_0$):

$$
g_{24}^{(1)'} = -i\frac{4kM}{3a}\omega x_0.
$$

Dies müssen wir nun in die Gleichung (19) einsetzen. Da in diesem Falle $\mu \neq \nu$ ist, liefert $\delta_{\mu\nu}$ Null, und wir erhalten denselben Wert für $g_{24}^{(1)}$:

$$
g_{24}^{(1)} = g_{24}^{(1)'} - \underbrace{\frac{1}{2}\delta_{24}\sum_\alpha g_{\alpha\alpha}^{(1)'}}_{0} = -i\frac{4kM}{3a}\omega x_0.
$$

Die Rechnungen wurden bisher für einen Punkt durchgeführt, der sich in der x-z-Ebene befindet. Um diese Einschränkung loszuwerden, müssen wir noch folgende Koordinatentransformation durchführen:

$$
\begin{aligned}
x'_1 &= x_1 \cos\alpha + x_2 \sin\alpha, \\
x'_2 &= -x_1 \sin\alpha + x_2 \cos\alpha, \\
x'_3 &= x_3, \\
x'_4 &= x_4.
\end{aligned}
$$

Durch Einsetzen in die Transformationsformel

$$
g'_{\sigma\tau} = \frac{\partial x_\mu}{\partial x'_\sigma} \frac{\partial x_\nu}{\partial x'_\tau} g_{\mu\nu}
$$

sehen wir allerdings, dass sich in diesem Falle nichts an $g_{24}$ ändert. Führen wir die zeitraubende Integration an allen Komponenten aus, so erhalten wir für die Raum-Zeit-Metrik das folgende Koeffizientenschema:

$$
g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix}
-1 - \frac{2kM}{a}\left[1 + \frac{a^2\omega^2}{3} - \frac{2\omega^2}{15}(z^2 + x^2 - 2y^2)\right] , & \frac{2kM}{a}\frac{\omega^2}{5}xy , & 0 , & i\frac{4kM}{3a}\omega y \\
\frac{2kM}{a}\frac{\omega^2}{5}xy , & -1 - \frac{2kM}{a}\left[1 + \frac{a^2\omega^2}{3} - \frac{2\omega^2}{15}(z^2 + y^2 - 2x^2)\right] , & 0 , & -i\frac{4kM}{3a}\omega x \\
0 , & 0 , & 0 , & 0 \\
i\frac{4kM}{3a}\omega y , & -i\frac{4kM}{3a}\omega x , & 0 , & -1 + \frac{2kM}{a}\left[1 + a^2\omega^2 - \frac{2\omega^2}{15}(2z^2 - x^2 - y^2)\right]
\end{pmatrix} . \qquad (27)
$$

### 3.2.3 Berechnung der Bewegung eines Massenpunkts im Innern der rotierenden Hohlkugel

Nachdem nun mit der Methode der näherungsweisen Integration der Feldgleichungen die Metrik in der Nähe des Kugelmittelpunkts gefunden wurde, wollen wir von diesem rein geometrischen Problem zurück in den Bereich der Physik kommen und die Bewegung eines Teilchens studieren.
Um die Bahnkurve eines Teilchens nahe des Mittelpunktes zu berechnen, setzt man die Metrik in die Bewegungsgleichungen ein. Diese lauten:

$$\frac{d^2 x_\tau}{ds^2} = \Gamma^\tau_{\mu\nu} \frac{dx_\mu}{ds} \frac{dx_\nu}{ds}, \qquad \tau = 1..4 \qquad . \tag{28}$$

$\Gamma^\tau_{\mu\nu}$ sind die bekannten Christoffelsymbole, bei denen hier wegen der 1. Art der Approximation wie beim Tensor $T_{\mu\nu}$ nicht zwischen ko- und kontravariant unterschieden zu werden braucht:

$$\Gamma^\tau_{\mu\nu} = -\left\{ \begin{matrix} \mu\nu \\ \tau \end{matrix} \right\} = \left[ \begin{matrix} \mu\nu \\ \tau \end{matrix} \right] = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial g_{\tau\nu}}{\partial x_\mu} + \frac{\partial g_{\mu\tau}}{\partial x_\nu} + \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x_\tau} \right) \qquad . \tag{29}$$

In den Gleichungen (28) stehen auf der rechten Seite jeweils 16 Terme. Da sich das Teilchen mit einer Geschwindigkeit bewegen soll, die klein gegenüber der Lichtgeschwindigkeit ist, können wir alle Quadrate und Produkte der Geschwindigkeitskomponenten streichen; das betrifft alle Glieder, in denen der Index 4 nicht vorkommt. Die Ableitung nach $s$ kann dann durch eine nach $t$ ersetzt werden:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 x_\tau}{dt^2} \quad = \quad & \Gamma^\tau_{14} \frac{dx_1}{dt} \frac{dx_4}{dt} + \Gamma^\tau_{41} \frac{dx_4}{dt} \frac{dx_1}{dt} + \Gamma^\tau_{24} \frac{dx_2}{dt} \frac{dx_4}{dt} + \Gamma^\tau_{42} \frac{dx_4}{dt} \frac{dx_2}{dt} \\ & + \Gamma^\tau_{34} \frac{dx_3}{dt} \frac{dx_4}{dt} + \Gamma^\tau_{43} \frac{dx_4}{dt} \frac{dx_3}{dt} + \Gamma^\tau_{44} \frac{dx_4}{dt} \frac{dx_4}{dt}. \end{aligned}$$

Nun ist $\frac{dx_4}{dt} = \frac{d(it)}{dt} = i$, so dass wir unter Beachtung von $\Gamma^\tau_{\mu\nu} = \Gamma^\tau_{\nu\mu}$ erhalten:

$$\frac{d^2 x_\tau}{dt^2} = 2i \left( \Gamma^\tau_{14} \frac{dx_1}{dt} + \Gamma^\tau_{24} \frac{dx_2}{dt} + \Gamma^\tau_{34} \frac{dx_3}{dt} \right) - \Gamma^\tau_{44}. \tag{30}$$

Wir berechnen nun die Christoffelsymbole nach der Formel (29). Es gilt z.B. für $\Gamma^1_{14}$:

$$\Gamma^1_{14} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial g_{14}}{\partial x_1} + \frac{\partial g_{11}}{\partial x_4} + \frac{\partial g_{14}}{\partial x_1} \right) = 0,$$

da es sich in unserem Fall um ein stationäres Feld handelt und somit alle Ableitungen nach $x_4$ veschwinden; die beiden anderen Terme ergeben ebenfalls null.

Insgesamt ergibt sich für die 16 $\Gamma^{\tau}_{\mu 4}$ aus (30) das folgende Schema (bei dem es sich nicht um einen Tensor handelt!):[177]

$$\begin{array}{llll}
\Gamma^1_{14} = 0 & \Gamma^1_{24} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial g_{14}}{\partial x_2} - \frac{\partial g_{24}}{\partial x_1}\right) & \Gamma^1_{34} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial g_{14}}{\partial x_3} - \frac{\partial g_{34}}{\partial x_1}\right) & \Gamma^1_{44} = -\frac{1}{2}\frac{\partial g_{44}}{\partial x_1} \\
\Gamma^2_{14} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial g_{24}}{\partial x_2} - \frac{\partial g_{14}}{\partial x_2}\right) & \Gamma^2_{24} = 0 & \Gamma^2_{34} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial g_{24}}{\partial x_2} - \frac{\partial g_{34}}{\partial x_2}\right) & \Gamma^2_{44} = -\frac{1}{2}\frac{\partial g_{44}}{\partial x_2} \\
\Gamma^3_{14} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial g_{34}}{\partial x_1} - \frac{\partial g_{14}}{\partial x_3}\right) & \Gamma^3_{24} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial g_{43}}{\partial x_2} - \frac{\partial g_{24}}{\partial x_3}\right) & \Gamma^3_{34} = 0 & \Gamma^3_{44} = -\frac{1}{2}\frac{\partial g_{44}}{\partial x_3} \\
\Gamma^4_{14} = \frac{1}{2}\frac{\partial g_{44}}{\partial x_1} & \Gamma^4_{24} = \frac{1}{2}\frac{\partial g_{44}}{\partial x_2} & \Gamma^4_{34} = \frac{1}{2}\frac{\partial g_{44}}{\partial x_3} & \Gamma^4_{44} = 0 \quad .
\end{array} \tag{31}$$

Wenn wir jetzt die errechneten Werte aus unserem Tensor (27) in (31) einsetzen, erhalten wir:

$$\begin{array}{llll}
\Gamma^1_{14} = 0 & \Gamma^1_{24} = i\frac{4kM}{3a}\omega & \Gamma^1_{34} = 0 & \Gamma^1_{44} = \frac{4kM}{15a}\omega^2 x \\
\Gamma^2_{14} = -i\frac{4kM}{3a}\omega & \Gamma^2_{24} = 0 & \Gamma^2_{34} = 0 & \Gamma^2_{44} = \frac{4kM}{15a}\omega^2 y \\
\Gamma^3_{14} = 0 & \Gamma^3_{24} = 0 & \Gamma^3_{34} = 0 & \Gamma^3_{44} = \frac{8kM}{15a}\omega^2 z \\
\Gamma^4_{14} = \frac{4kM}{15a}\omega^2 x & \Gamma^4_{24} = \frac{4kM}{15a}\omega^2 y & \Gamma^4_{34} = \frac{8kM}{15a}\omega^2 z & \Gamma^4_{44} = 0 \quad .
\end{array}$$

Zu guter Letzt setzen wir nun diese Werte in die Bewegungsgleichungen ein:

$$\begin{aligned}
\ddot{x} = \frac{d^2x}{dt^2} &= 2i\left(\Gamma^1_{14}\frac{dx}{dt} + \Gamma^1_{24}\frac{dy}{dt} + \Gamma^1_{34}\frac{dz}{dt}\right) - \Gamma^1_{44} \\
&= -\frac{8kM}{3a}\omega\dot{y} + \frac{4kM}{15a}\omega^2 x, && (32) \\
\ddot{y} = \frac{d^2y}{dt^2} &= 2i\left(\Gamma^2_{14}\frac{dx}{dt} + \Gamma^2_{24}\frac{dy}{dt} + \Gamma^2_{34}\frac{dz}{dt}\right) - \Gamma^2_{44} \\
&= -\frac{8kM}{3a}\omega\dot{x} + \frac{4kM}{15a}\omega^2 y, && (33) \\
\ddot{z} = \frac{d^2z}{dt^2} &= -\frac{8kM}{15a}\omega^2 z, && (34)
\end{aligned}$$

womit das Problem gelöst ist.

[177] Dieses Schema stimmt mit dem Sechservektor des elektromagnetischen Feldes überein. Thirring entdeckte noch mehr Analogien zwischen Elektrodynamik und (angenäherter) Gravitationstheorie und veröffentlichte die Resultate in [Thirring 1918c].

### 3.2.4 Was sehen wir nun?

Die Differenzialgleichungen (32)-(34) sind außer in der z-Komponente von derselben Form wie die Gleichungen für das gewöhnliche Zentrifugal-/Coriolisfeld

$$\begin{aligned}\ddot{x} &= 2\omega\dot{y} + \omega^2 x,\\ \ddot{y} &= -2\omega\dot{x} + \omega^2 y,\\ \ddot{z} &= 0.\end{aligned}$$

Der erste Term auf der rechten Seite entspricht der Corioliskraft, der zweite der Zentrifugalkraft.
Merkwürdig erscheint allerdings, dass auch in z-Richtung (Gleichung (34)) eine Komponente der Zentrifugalkraft existiert. Diese hat zur Folge, dass auf ein Teilchen in der Nähe des Mittelpunkts der Hohlkugel nicht nur eine Kraft wirkt, die es nach außen in Richtung Äquator der Kugel zieht, sondern auch eine, die es in die Äquatorebene hineinzieht, sofern es sich außerhalb dieser befindet. Der Effekt kommt dadurch zustande, dass sich für einen Beobachter, der sich am Mittelpunkt der Hohlkugel in Ruhe befindet, die Geschwindigkeit der Massenteilchen der Kugelschale am Äquator am größten ist und zu den Polen hin abnimmt, so dass hier eine Vergrößerung der trägen Masse auftritt - ein Effekt der Speziellen Relativitätstheorie.[178]
Da es sich bei diesen Berechnungen um ein stark vereinfachtes Modell handelt, bei dem eine unendlich dünne Hohlkugel an die Stelle des Fixsternhimmels getreten ist, leuchtet es ein, dass in der Natur die Existenz dieser Kraftkomponente nicht beobachtet wurde. Auch eine Verbesserung der Approximation durch die Annahme einer räumlichen Massenverteilung würde kein dem „wirklichen" äquivalentes Zentrifugalfeld liefern. Dazu müsste man sich sämtliche Massen im Außenraum bis ins Unendliche als rotierend denken, womit sich hier das grundlegende Problem der Randbedingungen ergibt, auf das im nächsten Kapitel im Zusammenhang mit der Diskussion um das Machsche Prinzips noch näher eingegangen wird. Thirring bemerkte dazu:

> „Unsere Lösung stellt demnach nicht das Feld einer 'allein auf der Welt befindlichen' rotierenden Hohlkugel dar, sondern das Feld im Innern einer solchen Hohlkugel, außerhalb welcher sich in noch viel größerer Entfernung vom Ursprung Massen befinden, die im Mittel gegen das gewählte Bezugssystem ruhen."[179]

### 3.2.5 Schlussbemerkungen

Im weiteren Verlauf seiner Arbeit berechnete Thirring noch die Metrik und die Bewegungsgleichungen für den Fall, dass der Körper im Innern der Hohlkugel

[178] Dies kann man sich auch so vorstellen, dass die Kugelschale ruht und dafür eine ungleiche Massenverteilung besitzt, d.h. ihre Dicke nimmt vom Äquator zu den Polen hin ab.
[179] [Thirring 1918a]

selbst mit einer Winkelgeschwindigkeit $\omega'$ rotiert. Dabei ergab sich, in Einklang mit den Machschen und Einsteinschen Vorstellungen, dass Coriolis- und Zentrifugalkraft ihr Minimum annehmen, wenn die Winkelgeschwindigkeit des Körpers mit der der Hohlkugel in Betrag und Drehrichtung übereinstimmt.
Die Arbeit von Thirring enthält mehrere Fehler von teilweise geringfügigerer und teilweise gravierenderer Art. Auf einige wurde Thirring durch M.v. Laue und W. Pauli aufmerksam gemacht, was Thirring veranlasste, im Oktober 1920 eine Berichtigung seiner Arbeit zu veröffentlichen, in der allerdings nur die Endergebnisse aufgeführt sind. Dabei muss hervorgehoben werden, dass die Korrekturen an dem prinzipiellen Resultat des Auftretens von Zentrifugal- und Corioliskräften im Innern einer rotierenden Hohlkugel nichts ändern; lediglich einige Vorfaktoren sind davon betroffen. Die hier im Kapitel 3 durchgeführten Rechnungen stellen eine korrigierte Version dar.

## 3.3 Die Einstein-Thirring-Korrespondenz

Die Korrespondenz zwischen Einstein und Thirring, die von Thirring eröffnet wurde, erstreckte sich über die zweite Hälfte des Jahres 1917 und drehte sich um die oben besprochenen Berechnungen Thirrings in rotierenden Systemen. Wir werden sehen, dass für Thirrings Rotationsarbeiten dieser Briefwechsel sehr wichtig war. In späteren Briefen taucht dieses Thema dagegen nicht mehr auf; die Briefe sind dann hauptsächlich politischen Inhalts. Im Juli 1917, also etwa ein halbes Jahr vor der Veröffentlichung seines ersten Artikels, wandte sich Thirring zum ersten Mal an Einstein:

> „Wie Ihnen Prof. Frank vielleicht erzählt haben wird, beschäftigt sich die junge Wiener Schule eingehend mit der Gravitationstheorie.“[180]

Auch Thirring war offensichtlich zu diesem Zeitpunkt noch der Ansicht, dass, wie es Einstein in seinem Brief an Besso verdeutlichte[181], die allgemeine Kovarianz der Feldgleichungen ein hinreichendes Kriterium für die Äquivalenz der Systeme (I) (Erde rotiert) und (II) (Fixsterne rotieren) darstellt, wie man ebenfalls aus Thirrings erstem Brief an Einstein ersehen kann:

> „Ich beschäftige mich vor allem mit der Relativität der Rotationsbewegung - ein Problem, welches natürlich durch Ihre Theorie als gelöst zu betrachten ist. Dass z.B. sowohl im System (I): rotierende Erde, ruhender Fixsternhimmel, als auch im System (II): ruhende Erde, rotierender Fixsternhimmel dieselben Bewegungsgesetze für auf der Erdoberfläche befindliche Beobachter gelten, dafür garantiert uns ja die allgemeine Invarianz der Feld- und Bewegungsgleichungen.“[182]

[180] Thirring an Einstein vom 17.7.1917.
[181] Siehe Abschnitt 3.1.2.
[182] Thirring an Einstein vom 17.7.1917.

Warum er sich dennoch dieser Sache annahm, erläuterte Thirring weiter unten:

> „Es gibt aber viele Physiker (besonders die Experimentellen), denen dieses Resultat zu abstrakt mathematisch ist und die gewissermaßen an einem konkreten Beispiel bewiesen haben möchten, dass die Rotationsbewegung ferner Massen nach Ihrer Theorie auf einen ruhenden Massenpunkt eine Kraft nach Art der Zentrifugalkraft hervorzubringen imstande ist.“[183]

Obwohl Thirring in dem Brief bereits erwähnte, dass die Approximation des Universums durch eine Hohlkugel nicht korrekt ist, sondern durch eine Vollkugel ersetzt werden müsste, gingen seine Überlegungen noch nicht zu dem generellen Problem der Randbedingungen über. Erst ein halbes Jahr später tauchte dieses in seiner Arbeit auf[184], womit er anerkannte, dass die beiden Systeme (I) und (II) *nicht* äquivalent sind. Es ist wahrscheinlich, dass im Sommer 1917 die Diskussion zwischen Einstein und de Sitter wirklich noch nicht bis zu Thirring vorgedrungen war. Solange sich Thirring an Einsteins Ansichten hielt, war es natürlich, dass er von der Äquivalenz der beiden Systeme überzeugt war, denn auch Einstein blieb bis zum Jahre 1918 in diesem Glauben. Möglich wäre aber auch, dass sich Thirring zwar bereits im Juli 1917 des Problems bewusst war, dieses aber nicht in der Korrespondenz mit Einstein erwähnte, denn schließlich wollte er lediglich Anregungen und Hilfen für seine Berechnungen bekommen und nichts weniger als sich an der Kontroverse beteiligen. Thirring folgerte direkt aus den Berechnungen, die er bis zum Tage des ersten Briefes an Einstein durchgeführt hatte, die vollständige Äquivalenz der beiden Systeme:

> „Das Glied, auf das es ankommt (alles übrige ist ja konstant) ist: $\frac{\kappa}{4\pi}\frac{M}{a}\frac{1}{10}\omega^2 b^2$. Durch Differentiation ergibt sich für die Beschleunigung $\frac{d^2x}{dt^2} = const\ \omega^2 b$. Das entspricht *ganz* der Zentrifugalkraft, womit also an einem einfachen Beispiel die Äquivalenz der Systeme I und II von früher nachgewiesen wäre.“[185]

Seine Rechnungen waren bis zu diesem Zeitpunkt allerdings noch nicht sehr weit vorgedrungen, was zu voreiligen Schlussfolgerungen führte. So geht aus dem Briefwechsel lediglich hervor, dass Thirring die Komponente $g_{44}$ berechnet hatte. Diese Komponente $g_{44}$ hatte er auch für den Außenraum einer rotierenden Vollkugel berechnet, denn es schien ihm für die Praxis interessanter, den Einfluss der Eigenrotation der Sonne auf die Planeten zu untersuchen. Diesbezügliche Rechnungen hatten Einstein und Besso bereits im Jahre 1913 im Rahmen der Entwurf-Theorie unternommen.[186] Thirring bemerkte, dass in der Nähe rotierender Planeten das Feld seine Zentralsymmetrie verliert. Dies ist ein Effekt, der dadurch zustande kommt, dass die Masse dieses Körpers am Äquator aufgrund der

[183] Thirring an Einstein vom 17.7.1917.
[184] Siehe vorigen Abschnitt.
[185] Thirring an Einstein vom 17.7.1917.
[186] Siehe Kapitel 2, Abschnitt 2.3.4.

höheren Geschwindigkeit zunimmt, was aus der SRT folgt.[187] Allerdings schien für Thirring die Ursache für diesen Effekt zu diesem Zeitpunkt noch ein Rätsel darzustellen.
Auch die Entstehung eines „Coriolis-Feldes“ war Thirring bisher entgangen, er redete nur von der Zentrifugalkraft. In seiner Antwort auf Thirrings „freundlichen und interessanten Brief“[188] wies Einstein darauf hin, dass bei der Rotation neben dem Zentrifugalfeld auch ein Coriolisfeld entsteht, welches er selber für die Erde berechnet habe, das aber zu klein für eine experimentelle Bestätigung sei. Dennoch glaubte Einstein, dass die Coriolisfelder noch eher zu beobachten seien als die Zentrifugalfelder, da der oben erwähnte speziell-relativistische Effekt die gleichen Auswirkungen hat (Auftreten einer z-Komponente der Zentrifugalkraft) wie ein Zentralkörper, der am Äquator etwas dicker, also an den Polen abgeplattet ist. Dies veranlasste Thirring und Lense dazu, ihren Blick bei der Auswirkung der rotierenden Zentralkörper auf das Coriolisfeld zu richten. Das Coriolisfeld[189] entspricht den Komponenten $g_{41}, g_{42}, g_{43}$, die Thirring erstmals Anfang September 1917 berechnete, also nachdem er den Hinweis von Einstein erhalten hatte.
Aus Thirrings zweitem Brief an Einstein vom 3.12.1917 geht hervor, dass seine Relativitätsarbeiten in der Zwischenzeit reif zur Veröffentlichung in der *Physikalischen Zeitschrift* waren. Zwei Bedenken blieben aber noch, die ihn dazu brachten, erneut Einstein um Rat zu fragen: ein Problem mit den Konstanten vor dem $\omega-$Term und dem $\omega^2-$Term sowie ein Problem mit der Energiebilanz. Bei beiden Aspekten konnte Einstein in seinem folgenden Brief vom 7.12.1917 zur Klärung beitragen. Eine Bemerkung von Einstein[190] zeigt außerdem, dass er zu dieser Zeit anscheinend immer noch unter dem Eindruck stand, dass ein metrisches Feld innerhalb einer rotierenden Massenverteilung äquivalent zur Minkowski-Metrik in rotierenden Koordinaten ist, dass also die Systeme I und II vollkommen äquivalent sind. Diese Einschätzung Einsteins mag auch dazu beigetragen haben, dass er an keiner Stelle seiner sonstigen Korrespondenz auf die Thirringschen Berechnungen einging. Zum Zeitpunkt ihrer Veröffentlichung dachte Einstein bereits über die Konsequenzen seiner Theorie für den Aufbau des Universums nach.

[187] Vgl. Thirrings Begründung für die z-Komponente der Zentrifugalkraft im Innern der rotierenden Hohlkugel (Abschnitt 3.2.4).
[188] Einstein an Thirring vom 2.8.1917.
[189] Dieser Begriff taucht bei Einstein zum ersten Mal in einem Brief an Besso vom 31.10.1916 auf.
[190] „dass dies nicht anders sein kann, ist übrigens durch die allgemeine Kovarianz aller Gleichungs-Systeme der Theorie gewährleistet.“, Einstein an Thirring vom 7.12.1917.

## 3.4 In Thirrings Fahrwasser: Die späteren Untersuchungen

### 3.4.1 Modernere Rechnungen

In den Thirringschen Rechnungen wurde der Mitführungseffekt der rotierenden Hohlkugel in erster Näherung in der Masse der Schale, in zweiter Näherung in der Winkelgeschwindigkeit und für Aufpunkte $r$ mit $\mid r \mid << a$ (a: Kugelradius) durchgeführt. Modernere Rechnungen sind dagegen exakt in $M$ und $r$.
An Thirrings Formeln für die Bewegungsgleichungen (Gl. (32)) kann man ablesen, dass die Trägheitseffekte mit $a^{-1}$ abnehmen. Betrachtet man nun das Universum als eine Folge konzentrischer Massenschalen von gleicher Dicke und Sternendichte[191], so gilt für jede Schicht $M \sim R^2$. Da $M$ im Zähler steht, haben die am weitesten entfernten Orte des Universums den größten Einfluss auf die Trägheit eines Körpers.
Im Jahre 1923 bemerkte Lanczos eine Unstimmigkeit in Thirrings Rechnungen. Da Thirring nämlich sämtliche Spannungen im Spannungs-Energie-Tensor vernachlässigt hatte, verletzten seine Lösungen die Energie-Impuls-Erhaltung in der Ordnung $\omega^2$. Dieser Fehler wurde schließlich, unabhängig voneinander, 1955 von Bass und Pirani[192] sowie 1956 von Hönl und Maue[193] korrigiert. Bass und Pirani berücksichtigten dabei sogar die Abhängigkeit der trägen Masse von der Geschwindigkeit eines Massenelementes der Hohlkugel[194], kamen aber wie Lanczos zu dem Ergebnis, dass Thirrings Formel für die Zentrifugalkraft lediglich mit dem Faktor $\frac{1}{2}$ multipliziert werden muss, während die Formel für die Zentrifugalkraft unverändert bleibt.
Im Jahre 1961 gelang es Hönl und Soergel-Fabricius[195] bei einer Untersuchung der Corioliskräfte zu zeigen, dass der Mitführungseffekt des Inertialsystems im Mittelpunkt der Schale gleichmäßig mit dem Radius und der Schalendicke anwächst. Erfüllt die Kugelschale das gesamte Universum, so wird eine totale Mitführung erreicht.
Neue Zweifel bezüglich der Zentrifugalkraft kamen im Jahre 1961 auf, als Soergel-Fabricius[196] darauf hinwies, dass diese nicht von der Ordnung $M\omega^2$, sondern $M^2\omega^2$ sei. Die bedeutende Arbeit von Brill und Cohen[197] aus dem Jahre 1966 ist die erste, in der die rotierenden Massen in einer höheren Ordnung in $M$ behandelt wurden und die Thirringsche Schwachfeldlösung aufgegeben wurde. Dieses stellte insofern eine bedeutende Erweiterung dar, dass nur in diesem Fall das Massenschalenmodell als Ersatz für das Universum angesehen werden darf. Aufgrund der Kompliziertheit der Gleichungen konnten sie allerdings nur

[191] Siehe [Cohen/Brill 1966].
[192] [Bass/Pirani 1955]
[193] [Hönl/Maue 1956]
[194] Siehe Abschnitt 3.2.4.
[195] [Hönl/Soergel 1961]
[196] [Soergel 1961]
[197] [Brill/Cohen]

Gravitationseffekte bis zur Ordnung $\omega$ untersuchen. Für die Grenzfälle erlangten sie dabei folgende Ergebnisse:

1) Für kleine Massen kommt das Thirringsche Resultat heraus.

2) Durch so große Massen, deren Schwarzschildradius gleich dem Schalenradius ist, wird eine totale Mitführung des Inertialsystems erreicht.

Erst 20 Jahre später konnten die Untersuchungen von Pfister und Braun[198] auch auf Glieder höherer Ordnung in $\omega$ ausgedehnt und somit auch die Zentrifugalkraft korrekt hergeleitet werden.
All diese Rechnungen wurden für kleine Rotationsgeschwindigkeiten $\omega$ durchgeführt. Für hohe Winkelgeschwindigkeiten gibt es dagegen bis heute noch keine befriedigende Lösung, auch wenn in den letzten Jahren für einige spezielle, stark idealisierte Systeme detaillierte Rechnungen über Mitführungseffekte durch schnell rotierende Massen durchgeführt werden konnten.[199]
Nach Angaben von H. Pfister[200] ist es bisher noch nicht gelungen, aus den Feldgleichungen von 1915 die Mitführungseffekte auch für andere Beschleunigungen als die Rotationsbewegungen zu berechnen, auch nicht für die lineare gleichförmige Beschleunigung, die Einstein bereits 1912 aus seiner Theorie des statischen Gravitationsfeldes herleiten konnte. Allerdings wurden auch schon rotierende Massen untersucht, die nicht die Form einer Hohlkugel hatten. So berechneten im Jahre 1971 Davies und Caplan, dass das metrische Feld im Innern eines gleichförmig rotierenden Hohlzylinders flach ist und zu den richtigen Coriolis- und Zentrifugalkräften führt. Da die Zylindersymmetrie mathematisch einfacher zu behandeln ist als Kugelsymmetrie, konnten bei diesem Modell die Einsteinschen Feldgleichungen auch im Außenraum exakt gelöst[201] und sogar relativistische Winkelgeschwindigkeiten vorausgesetzt werden.

### 3.4.2 Experimentelle Tests des Mitführungseffektes nach Entwicklung der ART

Am Ende einer noch so elegant ausgearbeiteten Theorie entscheidet in der Physik letztlich und endlich das Experiment. An verschiedenen Stellen wurde bereits erwähnt, welche Schwierigkeiten bei der Bestätigung Machscher Effekte bestehen, vor allem hinsichtlich ihrer Größenordnung.[202]
L.I. Schiff und G.E. Pugh schlugen 1960 bzw. 1959 unabhängig voneinander vor, den Mitführungseffekt anhand der Präzessionsbewegung von hochempfindlichen

[198] [Pfister/Braun 1985]
[199] [Meinel/Kleinw. 1995], [Karas/Lanza 1995], [Bicăk/Ledvinka 1993]
[200] Siehe [Pfister 1995].
[201] [Frehland 1972], [Embacher 1983]
[202] Vgl. auch Kapitel 1.

Gyroskopen nachzuweisen[203]. Ein solches Experiment befand sich allerdings erst im Jahre 1995 an der Stanford University in dem Stadium, um in der nächsten Zeit in eine Umlaufbahn um die Erde gebracht zu werden.
Außerdem gibt es Pläne für einen verfeinerten Foucaultschen Pendelversuch am Südpol[204], da die Rotation der Pendelebene zu den Polen hin zunimmt und am Südpol bereits geeignete Forschungsanlagen vorhanden sind.[205]
Einem sehr aktuellen Zeitungsartikel[206] zufolge ist es Holländischen Astrophysikern vor kurzem gelungen, Hinweise auf den Mitführungseffekt zu finden. Die Beobachtung soll in nächster Zeit im amerikanischen Fachjournal *Astrophysical Journal Letters* erscheinen. In dem Artikel wird auch erwähnt, dass es bereits vor zwei Jahren italienischen Forschern gelungen sei, den Thirring-Lense-Effekt anhand der Bewegungen von zwei erdumkreisenden Satelliten nachzuweisen. Im Rahmen dieser Arbeit kann ich nicht näher auf die aktuellen Forschungen eingehen, habe den Artikel aber im Anhang abgedruckt.

[203] Vgl. Föppls Experiment, Abschnitt 1.4.4.
[204] Siehe [Braginsky (1984)].
[205] Auch Föppl hatte 1904 an ein solches Experiment gedacht, zog dann aber die Verwendung eines Gyroskops vor, womit seiner Ansicht nach präzisere Messungen möglich waren. Vgl. Abschnitt 1.4.4.
[206] „Albert Einstein im Test“ (von Thomas Bührke) aus der Süddeutschen Zeitung vom 29.8.2000

# 4 Einstein und das Machsche Prinzip - Erfüllung der Relativität der Rotation?

„Wenn ich alle Dinge aus der Welt verschwinden lasse, so bleibt nach Newton der Galileische Trägheitsraum, nach meiner Auffassung aber *nichts* übrig.“

(Albert Einstein, 1916)[207]

## 4.1 Die Relativität der Rotation beim Entstehen der Kosmologie

Die auf die Veröffentlichung der fertiggestellten Allgemeinen Relativitätstheorie folgenden Jahre stellten ebenfalls eine aufregende Periode dar. Im Jahre 1916 begannen heiße Debatten während Einsteins Besuch in Leiden, an denen nach Einsteins Angaben so bedeutende Physiker wie Lorentz, de Sitter, Ehrenfest und Fokker teilnahmen. Diese und einige andere Physiker, die zum Teil versuchten, ihre eigenen Ideen mit den Einsteinschen in Einklang zu bringen, Neues zur Weiterentwicklung der Theorie beizutragen oder Einstein von den Mängeln seiner Theorie zu überzeugen, sollen nun vorgestellt werden.

### 4.1.1 De Sitters Auffassung von der Relativität der Rotation

Im September 1916 gelang es Einstein trotz der Wirren des Ersten Weltkrieges, nach Holland zu reisen, wo eine interessante und lang andauernde Diskussion zwischen ihm und dem Leidener Astronom Willem de Sitter[208] begann, nachdem dieser bereits im Juli[209] 1916 damit begonnen hatte, eine hochoriginelle Analyse des Problems der Relativität der Rotation und des damit verbundenen Ursprungs der Trägheit durchzuführen. In seiner Analyse untersuchte er die relative Rotation in Bezug auf die Erde und spielte damit höchstwahrscheinlich auf Einsteins Gedankenexperiment mit den zwei schwebenden Flüssigkeitskugeln an. Er sah das Problem darin, daß hier der absolute Raum als Ursache für die Abplattung der einen Kugel durch ein anderes unbeobachtbares Konstrukt, nämlich die fernen Massen, ersetzt wurde.[210]
Er behandelte das Problem allerdings in der Minkowskischen Raumzeit, die bei Anwesenheit von Massen wie der Erde nur als Näherung angesehen werden kann. De Sitter verwendete dabei die Koordinaten

$$x_1 = r, \quad x_2 = \theta, \quad x_3 = z, \quad x_4 = ct,$$

[207] Aus einem Brief von Einstein an Karl Schwarzschild vom 5.1.1916.
[208] De Sitter spielte wegen seines Kontaktes zu S.A. Eddington eine große Rolle für die Bekanntmachung der ART in England. Für eine ausführliche Abhandlung über de Sitter siehe [Röhle 2000].
[209] Dies geht aus einem Brief von De Sitter an Einstein von 27.7.1916 hervor.
[210] Siehe Abschnitt 2.5.3.

wobei die Erde um die $z$-Achse rotiert und $r$ bzw. $\theta$ Polarkoordinaten in der zu $z$ senkrechten Ebene sind. Würde die Erde nicht rotieren, hätte die Raum-Zeit-Metrik die Form

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -r^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \tag{35}$$

woraus sich das gewöhnliche Minkowskische Linienelement in Polarkoordinaten

$$ds^2 = c^2dt^2 - dr^2 - r^2d\theta^2 - dz^2 \tag{36}$$

ergibt. Nach einer Transformation auf ein mit der Winkelgeschwindigkeit $\omega$ rotierendes System hat der metrische Tensor die Gestalt:

$$g'_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -r^2 & 0 & -r^2\omega \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -r^2\omega & 0 & 1 - r^2\omega^2 \end{pmatrix}, \tag{37}$$

und das Linienelement lautet damit

$$ds^2 = -dr^2 - r^2d\theta^2 - dz^2 - 2\omega r^2 d\theta\, dt + (1 - r^2\omega^2)c^2dt^2.$$

Nach der Einsteinschen ART sollen nun diese beiden Situationen äquivalent sein. De Sitter erwiderte darauf:

> „It is found that the set [35] does not explain the observed phenomena at the surface of the actual earth correctly, and [37] does, if we take the appropriate value for $\omega$. This value of $\omega$ we call the velocity of rotation of the earth. Then relatively to the axes [37] the earth has no rotation, and we should expect the values [35] of $g_{\mu\nu}$."[211]

Die Metriken sind also verschieden, je nachdem, bezüglich welcher Koordinatenachsen man sie betrachtet. Nach de Sitter ist Einsteins Erklärung dafür die folgende:„Die $g'_{24}$ und der zweite Term von $g'_{44}$ in (37) gehören deshalb nicht zum Feld der Erde selber und müssen durch ferne Massen bedingt sein.“ Diese fernen Massen waren für de Sitter aber entgegen dem Geist der allgemeinen Relativität, denn sie sind unabhängig vom Bezugssystem, genauso wie der absolute Raum in der Newtonschen Theorie. In der Folge wollte de Sitter eine Interpretation liefern, die eher dem Geiste der allgemeinen Relativität entsprach.
Beispielsweise lautet die Lösung der Differentialgleichung

$$G_{24} = 0 \quad ,$$

[211] [De Sitter 1916a]

die die Komponente $g_{24}$ liefert[212], in allen Koordinatensystemen allgemein

$$g_{24} = kr^2 \quad , \quad k = const. \tag{38}$$

Die ART lässt nun für die Konstante $k$ beliebige Werte zu; sie fordert lediglich, dass $g_{24}$ von der Form (38) ist. Die Newtonsche Theorie dagegen schreibt der Konstanten einen bestimmten Wert zu (und zwar null), da hier nur ein ganz bestimmtes Koordinatensystem zugelassen ist. Demnach impliziert die allgemeine Relativität, dass auch die Integrationskonstanten den Transformationen unterworfen werden und deshalb in unterschiedlichen Besugssystemen verschiedene Werte annehmen. In den hier betrachteten Koordinatensystemen haben die Differenzialgleichungen die gleiche Form, nur ihre Lösungen sind im einen Fall einfacher, was für de Sitter aber kein Kriterium darstellte, das eine Bezugssystem dem anderen gegenüber vorzuziehen. Diese Freiheit beim Wert der Konstanten erlaubt es nun nach de Sitter, die Bewegungsgleichungen so anzupassen, dass die Winkelgeschwindigkeit der Erde $\omega$ die gleiche für jeden Beobachter ist. De Sitter wehrte sich dagegen, dass diese Werte durch irgendeine Festlegung im Unendlichen bestimmt werden. Er folgerte aus seinen Überlegungen, dass in der ART die Rotationsbewegung zwar relativ ist, was jedoch nicht bedeutet, dass sie der Translationsbewegung äquivalent ist. Letztere kann nämlich durch eine Lorentztransformation vollständig wegtransformiert werden, während dies bei der Rotation nicht möglich ist.

### 4.1.2 Das Problem: Randbedingungen

Die Anwendung der Methode der näherungsweisen Integration[213], die Einstein Mitte 1916 veröffentlicht hatte, und die später von Thirring für seine Rechnungen benutzt wurde, setzte voraus, dass die Werte des Metrischen Tensors $g_{\mu\nu}$ in die der SRT übergehen, da ansonsten die retardierten Potentiale (Gleichung (20)) nicht gelöst werden können. Es musste also angenommen werden, dass die Raumzeit im räumlich Unendlichen flach wird:

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \tag{39}$$

Diese Randbedingungen sind dann erfüllt, wenn wir ein bezüglich der fernen Massen festes Koordinatensystem wählen, wie Einstein in seinen *Kosmologischen Betrachtungen*[214] gezeigt hat. Das Feld im Inneren unserer Kugelschale würde sich damit allerdings aus der durch die fernen Massen und der durch die rotierende Hohlkugel generierten Metrik zusammensetzen, wie Einstein erläuterte:

[212] Die rechte Seite ist null, da die anwesende Masse nicht berücksichtigt werden soll.
[213] Siehe Kapitel 3.
[214] [Einstein 1917]

> „Die Trägheit eines Massenpunktes von der natürlich gemessenen Masse $m$ ist nämlich von den $g_{\mu\nu}$ abhängig; diese aber unterscheiden sich nur wenig von den angegebenen postulierten Werten für das räumlich Unendliche. Somit würde die Trägheit durch die (im Endlichen vorhandene) Materie zwar *beeinflusst* aber nicht *bedingt*.“[215]

Dieses Problem war Einstein höchstwahrscheinlich bereits seit Anfang 1916 bekannt, nachdem Karl Schwarzschild die erste Lösung der allgemein kovarianten Feldgleichungen angegeben hatte, indem er das Feld einer statischen Punktmasse berechnete. In dem Fall der Schwarzschild-Lösung geht die Raum-Zeit-Struktur für große Entfernungen $r$ in die Minkowskische über, ohne dass die Punktmasse im Zentrum dafür verantwortlich ist.[216] Einstein wollte dagegen eine Theorie, in der die $g_{\mu\nu}$ ausschließlich durch die vorhandenen Massen bestimmt sind. Sein Machsches Prinzip, das er zum ersten Mal im März 1918 so nannte, besagt:

> „Das G-Feld ist *restlos* durch die Massen der Körper bestimmt. Da Masse und Energie nach den Ergebnissen der speziellen Relativitätstheorie das Gleiche sind und die Energie formal durch den symmetrischen Tensor ($T_{\mu\nu}$) beschrieben wird, so besagt dies, dass das G-Feld durch den Energietensor der Materie bedingt und bestimmt sei.“[217]

Für Einstein stellte dieses Prinzip eine Verallgemeinerung der Machschen Forderung dar, nach der die 'Trägheit' auf eine Wechselwirkung der Körper zurückgeführt werden müsse.[218] Folglich versuchte Einstein, *allgemein kovariante Randbedingungen*[219] für die $g_{\mu\nu}$ im Unendlichen zu suchen, die gewährleisten sollten, dass die $g_{\mu\nu}$ unter einer weiten Gruppe von Koordinatentransformationen unverändert bleiben und die dafür sorgen sollten, dass die gesamte träge Masse eines Körpers dort verschwindet. Bei den Gesprächen mit de Sitter während seines Aufenthalts in Leiden postulierte Einstein zunächst Werte, die im Unendlichen in folgender Weise degenerieren:[220]

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \infty \\ 0 & 0 & 0 & \infty \\ 0 & 0 & 0 & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty \end{pmatrix},$$

[215] [Einstein 1917]

[216] Das erste Mal erwähnt Einstein das Thema Randbedingungen in einem Brief an Besso vom 14.5.1916:„In der Gravitation suche ich jetzt nach den Grenzbedingungen im Unendlichen; es ist doch interessant, sich zu überlegen, inwiefern es eine *endliche* Welt gibt, d.h. eine Welt von natürlich gemessener endlicher Ausdehnung, in der wirklich alle Trägheit relativ ist.“

[217] [Einstein 1918a]

[218] Für eine Diskussion der Machschen Forderungen siehe Kapitel 1, Abschnitt 1.3.

[219] Dies ist ein Ausdruck von de Sitter, der bei Einstein nicht auftaucht.

[220] Dies geht aus [De Sitter 1916a] hervor (S. 531).

so dass die vierdimensionale Raumzeit sich in einen dreidimensionalen Raum und eine eindimensionale Zeit auflöst, sowie die Existenz ferner Massen, die die Werte in einem endlich, aber dennoch sehr weit entfernten Gebiet in die Minkowski-Metrik (39) übergehen lassen. De Sitter hatte dagegen zwei Einwände: Erstens sind nach seiner Meinung Einsteins *ferne Massen*, die sich außerhalb des sichtbaren Bereichs des Universums befinden, nicht befriedigender als Newtons absoluter Raum:

> „If we believe in the existence of these supernatural masses, which control the whole physical universe without having ever been observed, then the temptation must be very great indeed to give preference to a system of co-ordinates relatively to which they are at rest, and to distinguish it by a special name, such as „inertial system“ or „ether“.“[221]

De Sitter war außerdem der Ansicht, dass diese Massen nie beobachtet werden können und überhaupt keine physikalische Realität darstellen:[222]

> „Man gewinnt damit eine „Erklärung“ des Ursprungs der Trägheit, die doch eigentlich keine Erklärung ist, denn es ist nicht eine Erklärung aus bekannten, oder kontrollierbaren Tatsachen, sondern aus ad hoc erfundenen Massen.“[223]

Nach dem zweiten Kritikpunkt, der zwar mit dem ersten zusammenhängt, aber eher ein mathematischer ist, würden degenerierte Werte der $g_{\mu\nu}$ im Unendlichen ein bevorzugtes Koordinatensystem einführen und somit das Prinzip der allgemeinen Kovarianz verletzen. Denn auch in der ART sind die Werte im Unendlichen in verschiedenen Koordinatensystemen verschieden. Für de Sitter verliert damit die ART ihre „klassische Schönheit“.[224] Einstein akzeptierte schließlich diese Kritik und verwarf seinen Vorschlag.
Bei seinem erneuten Versuch, das Machschen Prinzip in der ART zu manifestieren, umging Einstein das Problem der Randbedingungen, indem er ein räumlich geschlossenes Universum vorschlug. Damit dieses Modell, welches ihn seiner Meinung nach „in Gefahr setzt, in einem Tollhaus interniert zu werden“[225], als Lösung erlaubt war, musste er eine Konstante $\lambda$ einführen, die sogenannte *Kosmologische Konstante*. Diese hatte außerdem die für Einstein wichtige Eigenschaft zur Folge, dass sie ein *statisches* Universum erlaubte. Die neuen Feldgleichungen lauteten nun:[226]

$$G_{\mu\nu} - \lambda g_{\mu\nu} = -\kappa(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}T).$$

[221] [De Sitter 1916b]
[222] Diesen Einwand hatte auch schon Eddington in einem Brief an de Sitter vom 13.10.16 vorgebracht.
[223] De Sitter an Einstein vom 1.11.1916.
[224] De Sitter an Einstein vom 1.11.1916.
[225] Einstein an Ehrenfest vom 4.2.1917.
[226] Siehe [Einstein 1917].

Einstein legte dabei großen Wert darauf, dieses Modell nicht als Realität anzusehen:

> „Aber für mich war die Frage brennend, ob sich der Relativitäts-Gedanke fertig ausspinnen läßt, oder ob er auf Widersprüche führt.[...] Ob das Schema, das ich mir einbilde, der Wirklichkeit entspricht, ist eine andere Frage, über die wir wohl nie Auskunft erlangen werden."[227]

Mit diesem Modell glaubte Einstein einerseits gewährleistet zu haben, dass die Metrik ganz durch die Massenverteilung bestimmt wird und dass andererseits keine massenfreie, singularitätsfreie Lösung der Feldgleichungen existiert. De Sitter kam jedoch seinerseits zu einem anderen Welt-Modell, welches eine materiefreie Lösung der Einsteinschen Feldgleichungen mit $\lambda-$Glied darstellte, während Einsteins Modell die Lösung für eine gleichmäßige statische Massenverteilung repräsentierte.[228] Die de Sitter-Lösung ging an Einsteins Vorstellungen völlig vorbei, und so schrieb er daraufhin folgende Worte an de Sitter, aus denen später das „Machsche Prinzip" im obigen Wortlaut werden sollten:

> „Es wäre meiner Meinung nach unbefriedigend, wenn es eine denkbare Welt ohne Materie gäbe. Das $g^{\mu\nu}-$Feld soll vielmehr *durch die Materie bedingt sein, ohne dieselbe nicht bestehen können.*"[229]

Nach vergeblichen Versuchen, die de Sitter-Lösung als unhaltbar darzustellen, gab Einstein dieses Vorhaben im Juni 1918 auf und erkannte die de Sitter-Welt als Lösung an. Dennoch ließ er noch nicht von der Idee des Machschen Prinzips ab.

### 4.1.3 August Kopff oder die Rotation mit $\lambda-$Glied

Thirring hatte den Mitführungseffekt der rotierenden Hohlkugel erst in der zweiten Hälfte des Jahres 1917 berechnet und hätte somit an Stelle der Feldgleichungen von 1915 Einsteins im vorigen Abschnitt erwähnte modifizierte Feldgleichungen als Grundlage für seine Rechnungen nehmen können. Im Jahre 1921 berechnete schließlich der Heidelberger Astronom August Kopff[230] das Problem der rotierenden Hohlkugel auf der Grundlage der mit dem $\lambda-$Glied erweiterten Feldgleichungen.[231] Dabei verwendete er die gleichen Näherungen wie Thirring, ging aber von einer räumlich geschlossenen, elliptischen Welt aus. Im ersten Teil

[227] Einstein an de Sitter vom 12.3.1917.
[228] Unabhängig voneinander kamen auch Felix Klein und Gustav Mie auf das de Sittersche Welt-Modell.
[229] Einstein an de Sitter vom 24.3.1917.
[230] Siehe Fußnote 1.
[231] [Kopff 1921b]

seiner Arbeit geht Kopff von der Lösung der Feldgleichungen aus, die Einstein selbst angegeben hatte ([Einstein 1917]):

$$\begin{aligned} g_{\mu\nu} &= -\left(\delta_{\mu\nu} + \frac{x_\mu x_\nu}{R^2 - r^2}\right), \qquad \mu, \nu = 1, 2, 3 \\ g_{14} &= g_{24} = g_{34} = 0, \qquad g_{44} = 1. \end{aligned}$$

Im zweiten Teil benutzte er die de Sitter-Lösung[232]:

$$\begin{aligned} g_{\mu\nu} &= -\frac{\delta_{\mu\nu}}{1 + \epsilon r^2} + \frac{\epsilon x_\mu x_\nu}{(1 + \epsilon r^2)^2}, \qquad \mu, \nu = 1, 2, 3 \\ g_{14} &= g_{24} = g_{34} = 0, \qquad g_{44} = 1, \end{aligned}$$

wobei $\epsilon = \frac{1}{R^2}$, $\quad R =$Krümmumgsradius.
Dabei kommen in beiden Fällen die richtigen Formeln für die Zentrifugal- und Corioliskraft heraus. Interessant ist, dass Kopff in seinem Überblicksartikel „Das Rotationsproblem in der Relativitätstheorie“[233], den er später veröffentlichte, zu diesem Resultat schwieg.

### 4.1.4 H.A. Lorentz als Bewunderer und Kritiker der ART

An dieser Stelle lohnt es sich auch, einen genaueren Blick auf die Diskussion über die ART zwischen Einstein und Lorentz[234] zu werfen, der auch an der Einstein-de Sitter-Kontroverse teilnahm. Lorentz war ein großer Bewunderer der ART, der die Entwicklung der Theorie von Beginn an mit großem Interesse verfolgte und einen wichtigen Beitrag zur ihrer Verbreitung in den Niederlanden lieferte.[235] Er sah den physikalischen Raum in Einsteins Theorie in der Rolle des Äthers in seiner älteren Elektronentheorie, an dessen Existenz er bis zu seinem Tode im Jahre 1928 glaubte.
Nach Erscheinen von Einsteins Arbeit *Die formale Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie*[236] diskutierte Lorentz die darin enthaltene Bevorzugung gewisser Koordinatensysteme gegenüber anderen. In Einsteins Augen sollte eine Gravitationstheorie allgemein kovariant sein, auch wenn seine hier vorgestellte Theorie diese Forderung nicht erfüllte, sondern nur eingeschränkte Kovarianz zuließ. Einstein rechtfertigte dieses mit seinem bekannten Loch-Argument. Lorentz verspürte eigenen Angaben zufolge weniger den Drang, allgemeine Kovarianz zu erreichen und argumentierte dafür, dass es immer möglich sei, ein

[232] [De Sitter 1917b]
[233] [Kopff 1921a]
[234] Hendrik Antoon Lorentz war Physikprofessor in Leiden und lieferte mit seiner *Elektronentheorie* einen wichtigen Beitrag für die Entwicklung der Speziellen Relativitätstheorie.
[235] Unter den Besuchern seiner Vorlesung über Allgemeine Relativitätstheorie von März bis Juni 1916 befanden sich auch Ehrenfest und de Sitter.
[236] [Einstein 1914e]

bevorzugtes Koordinatensystem zu wählen. Was er damit meinte, erklärt Lorentz der Einfachheit halber an rotierenden Bezugssystemen.
Für ihn bedeutete die Aussage: „Die Erde rotiert“ lediglich, dass die physikalischen Gesetze bei Verwendung eines derartigen Bezugssystems eine möglichst einfache Gestalt annehmen. Sein Argument gegen die Realität von Zentrifugal- und Corioliskräften ist das Folgende:
Wählen wir nämlich ein Bezugssystem I, in dem die Bewegung eines Körpers in der Nähe der Erde in guter Näherung durch das Newtonsche Bewegungsgesetz

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\alpha\frac{x}{r^3}, \qquad \frac{d^2y}{dt^2} = -\alpha\frac{y}{r^3}, \qquad \frac{d^2z}{dt^2} = -\alpha\frac{z}{r^3} \tag{40}$$

beschrieben werden kann, so besitzt die Erde in diesem Fall eine Winkelgeschwindigkeit $\omega$, etwa um die z-Achse. In einem Bezugssystem II dagegen, welches mit der rotierenden Erde fest verbunden ist, treten Zusatzterme auf:

$$\begin{aligned} \frac{d^2x'}{dt^2} &= -\alpha\frac{x'}{r^3} + 2\omega\frac{dy'}{dt} + \omega^2 x' \\ \frac{d^2y'}{dt^2} &= -\alpha\frac{y'}{r^3} + 2\omega\frac{dx'}{dt} + \omega^2 y' \\ \frac{d^2z'}{dt^2} &= -\alpha\frac{z'}{r^3}. \end{aligned} \tag{41}$$

Lorentz schließt die Diskussion mit der Bemerkung:

> „Wir können uns vorstellen, man sei eine Zeit lang nur im Besitz der Gleichungen (41) gewesen und habe sich mit einer ’Deutung’ der Glieder $2\omega dy'/dt, \omega^2 x'$ u.s.w. gequält. Käme dann einer, der durch Einführung des Koordinatensystems I die Gleichungen (41) auf (40) zurückführt, so würde ein jeder das als eine wirkliche Erlösung begrüssen, und jeder würde das System I vorziehen.“[237]

Bereits vor Einsteins Reise nach Leiden sprach Lorentz das Rotationsproblem in einem Brief an Einstein[238] an. Dabei stieß er in einem Gedankenexperiment auf Schwierigkeiten hinsichtlich der allgemeinen Relativität.
Er stellte sich ein geschlossenes Lechersystem[239] vor, das rund um den Äquator verläuft. An einem bestimmten Punkt A dieses Systems sollen elektromagnetische Wellen erzeugt und in beide Richtungen ausgesandt werden, so dass sich in dem Lechersystem stehende Wellen ausbilden. Wählt man nun ein Koordinatensystem, in dem sich die Knoten der stehenden Welle nicht bewegen, so dreht sich

[237] Siehe [Illy 1987].
[238] Lorentz an Einstein vom 6.6.1916.
[239] Ein Lechersystem besteht aus zwei parallelen Drähten, die an den Enden offen oder geschlossen sein können, in denen sich bei Anregung mit Wechselstrom stehende elektromagnetische Wellen ausbilden können (benannt nach Ernst Lecher (1856-1926), Physikprofessor an der Universität Wien).

die Erde. In einem fest mit der Erde verbundenen Koordinatensystem dagegen bewegen sich die Knoten, so dass in diesem System die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Welle in der einen Richtung von der in der anderen Richtung abweicht. Lorentz folgerte daher, dass sich die Erscheinungen in dem Kabel in Bezug auf die beiden Systeme nicht in derselben Weise abspielen. Dieses Verhalten könne nach Meinung von Lorentz damit erklärt werden, dass sich die Wellen bezüglich eines im Kabel befindlichen Mediums, das in dem einen Koordinatensystem ruht, mit gleicher Geschwindigkeit ausbreiten (Ätherhypothese). Genausogut könne man sich aber auch an die Stelle des Äthers den Fixsternhimmel denken. Dennoch schien ihm die Ätherhypothese naheliegender. Er bemängelte:

> „Wenn wir nämlich annehmen müssen, die *Rotation* der Erde in Bezug auf die Fixsterne, habe einen beobachtbaren Einfluss auf elektromagnetische Erscheinungen, so dürfen wir nicht von vornherein die Möglichkeit eines ähnlichen Einflusses einer *Translation* der Erde oder des Sonnensystems relativ zu den Fixsternen leugnen.“[240]

Einstein erwidert an Lorentz, das ihm „das $g_{\mu\nu}$ System lieber ist als ein unvollkommener Vergleich mit einem stofflichen Etwas.“[241] Durch seinen Ansatz mit dem metrischen Tensor $g_{\mu\nu}$ findet nämlich die geradlinig gleichförmige Bewegung ihren Ausdruck:

> „Geht man nämlich von einem Weltstück mit konstanten $g_{\mu\nu}$ aus, so ändert eine *lineare* Substitution der $x_\nu$ nichts an der Konstanz der $g_{\mu\nu}$, wohl aber eine *nicht lineare* Substitution der $x_\nu$. Hieraus folgt, dass gleichförmige Relativbewegung kein Gravitationsfeld „erzeugt“ d.h. unmerklich ist im Gegensatz zur ungleichförmigen Bewegung.“[242]

Mit der Ätherhypothese findet man dagegen nach Einsteins Ansicht keine Erklärung für die besondere Stellung der geradlinig gleichförmigen Bewegung.

### 4.1.5 Gustav Mie

Auch der Greifswalder Professor Gustav Mie, der eine eigene Gravitationstheorie entwickelt hatte, war nicht davon überzeugt, dass Einsteins Theorie die Relativität der Trägheit und damit eine Lösung des Rotationsproblems zur Folge hatte.[243] In seiner Korrespondenz mit Einstein, die im Jahre 1917 begann, sprach er das Gedankenexperiment mit den zwei im leeren Raume rotierenden Flüssigkeitskugeln an[244]. Mie kritisierte, dass sich allein bei einem Wechsel des Bezugssystems die Raum-Zeit-Metrik ändert, ohne dass dafür real existierende Massen

240 Lorentz an Einstein vom 6.6.1916.
241 Einstein an Lorentz vom 17.6.1916
242 Einstein an Lorentz vom 17.6.1916
243 Für eine ausführliche Abhandlung über Gustav Mie siehe [Kohl 2000].
244 Aus [Einstein 1916a], siehe Abschnitt 2.5.3.

als Ursache vorhanden sein müssen; er bestand stets darauf, genau zwischen mathematischen und physikalischen Systemen zu unterscheiden. Mie schrieb zu den rotierenden Kugeln an Einstein:

> „Denn man kann doch tatsächlich die beiden Koordinatensysteme $S_1$ und $S_2$ nur dann als ganz gleichwertig erklären, wenn man eine Welt, die mit einem willkürlich fingierten, nicht von Materie verursachten Gravitationsfeld gesetzmäßig erfüllt ist, für ebenso annehmbar ansieht, wie eine Welt, deren Raum-Zeit-Schema an sich gleichförmig ist, und in der nur von Materie verursachte Gravitationsfelder auftreten. Ich kann wenigstens keine andere Möglichkeit sehen und vermag diese beiden Schemata nicht als gleichwertig zu betrachten.“[245]

Einen weiteren Einwand gegen die ART sah Mie, ähnlich wie Lorentz, in der Problematik des rotierenden Elektrons. Während Mie die SRT für richtig hielt, da mit ihrer Hilfe das Feld eines sich gleichförmig bewegenden Elektrons hergeleitet werden konnte, war die ART nicht in der Lage, das Feld eines rotierenden Elektrons aus dem eines ruhenden zu erzeugen. Mie hatte das elektrische Feld einer geladenen, schweren Kugel berechnet, die um ein Gravitationszentrum herumläuft. Danach kam er zunächst zu dem verblüffenden Ergebnis, dass diese nicht strahlte, was er später aber dadurch erklären konnte, dass in dem Falle seiner Herleitung sich ein Feld ergibt, wonach der Raum durch eine große reflektierende und zum Gravitationszentrum konzentrische Hohlkugel abgeschlossen ist. In dieser bilden sich stehende Schwingungen aus, so dass keine Strahlungsenergie mehr abgegeben wird. So konnte Mie nur mit Hilfe der stehenden Wellen das strahlungsfreie rotierende Elektron aus der ART herleiten. Desweiteren berechnete Mie noch das Feld eines im freien Raume um ein Gravitationszentrum kreisenden Elektrons. Bei Transformation auf Ruhe kam er zu einem Elektron, das in einem elektromagnetischen Drehfeld, welches sich in entgegengesetzter Richtung zum Elektron drehte, ruhte und Strahlung nach außen abgab. Dieses bestätigte ihn in seiner Auffassung, dass die Rotation eine absolute Bewegung sei.[246]
Im Juni 1919 endete die Korrespondenz zwischen Einstein und Mie, ohne dass sie ihre Differenzen klären konnten.

[245] Mie an Einstein vom 5.2.1918.
[246] Siehe Mie an Einstein vom 29.6.1919. Aus ALS [17 226].

## 4.2 Einsteins langsamer Abschied vom Machschen Prinzip

Durch die Kontroverse mit de Sitter nahm Einsteins Skepsis bezüglich des Machsche Prinzips zu. Des Weiteren soll an dieser Stelle auch noch auf die die Kritik von Erich Kretschmann hinsichtlich Einsteins Verständnis von allgemeiner Kovarianz eingegangen werden, die zu Irritationen führte . Zunächst wollen wir aber einen Blick auf die Kritik werfen, die Einstein vermutlich persönlich am härtesten traf.

### 4.2.1 Machs Auffassung über Einsteins ART

Da Einstein bei der Entwicklung der ART von Ernst Mach inspiriert wurde und auch, wie bereits erwähnt, von anderen Wissenschaftlern als Vater der ART angesehen wurde, ist natürlich insbesondere die Frage interessant, wie Ernst Mach auf die Entwicklungen in der Relativitätstheorie reagierte. Die Frage ist nicht leicht zu beantworten, da Mach 1916 verstarb und bereits in den Jahren zuvor schwer krank war, wodurch ihm das wissenschaftliche Arbeiten unmöglich war. Als problematisch bei der Frage stellt sich dabei eine Bemerkung im Vorwort zu seinem posthum veröffentlichten Werk *Optik* heraus:

> „Warum aber und inwiefern ich die heutige mich immer dogmatischer anmutende Relativitätslehre für mich ablehne, welche sinnesphysiologischen Erwägungen, erkenntnistheoretische Bedenken, und vor allem experimentell gewonnenen Einsichten mich hierzu im einzelnen veranlaßten, das soll in der Fortsetzung dieses Werkes dargetan werden.“[247]

Gereon Wolters argumentiert in einem 1987 erschienenen Werk[248] dafür, dass Ernst Mach ganz im Gegensatz zur Äußerung in dem Vorwort der Relativitätstheorie äußerst wohlwollend gegenüberstand und dass es sich bei dem Vorwort aus der *Optik* um eine Fälschung durch Ernst Machs Sohn Ludwig handelt. Trotz sehr detaillierter Beschreibungen der Beweggründe von Ludwig Mach, die hauptsächlich aus seinen privaten Problemen erwuchsen, und zahlreicher Argumente für eine positive Einstellung Ernst Machs gegenüber der Relativitätstheorie bleibt wohl festzuhalten: Ernst Mach war aufgrund seines schlechten Gesundheitszustandes nicht mehr in der Lage, sich ein Urteil über die ART zu bilden, so dass die Frage nach seiner Einstellung irrelevant ist.[249]
Für Einstein war diese Bemerkung Machs eine große Enttäuschung, hätte er doch

[247] Siehe [Mach 1921], Vorwort. Zitiert nach [Hentschel/Blackm. 1985].
[248] [Wolters 1987]
[249] Mach war bereits sehr an der SRT interessiert, hatte allerdings große Verständnisprobleme (vor allen mit der Minkowskischen vierdimensionalen Beschreibung), so dass er noch 1910 versuchte, sich die Theorie von Philipp Frank und Friedrich Adler nahebringen zu lassen. Deshalb kann man es als praktisch unmöglich ansehen, dass Mach die Entwurf-Theorie von 1913 durchschaut haben sollte und sie ablehnte.

von keinem lieber Zustimmung erfahren als von dem „geistigen Vater der ART“. Verwundert schrieb Einstein in einem Brief an Sommerfeld zur angeblichen Ablehnung der Relativitätstheorie durch Mach:

> „Dieser Gedankengang liegt nämlich ganz in seiner Denkrichtung. Ich bin neugierig, wie er zu seinem ablehnenden Standpunkt kommt.“[250]

Eine Fortsetzung dieses Werkes *Optik* hat es allerdings nie gegeben, so dass Einsteins diesbezügliche Neugier nie befriedigt wurde. Seiner Enttäuschung Ausdruck verlieh Einstein 1922 während einer Diskussion im Rahmen einer Vorlesung in Paris, wo Einstein bemerkte, Mach sei zwar „un bon mécanicien“ aber „un déplorable philosophe“[251]. Dennoch blieb Einstein ein Verehrer Machs und sah später die Äußerung Machs im Vorwort als „Ergebnis seiner altersbedingt abnehmenden Aufnahmefähigkeit“[252]. Dennoch mag Einsteins Enttäuschung darüber dazu beigetragen haben, dass er, wie wir sehen werden, langsam den Glauben an das Machsche Prinzip verlor.

### 4.2.2 Kretschmanns Kritik zu Einsteins Auffassungen

Für Einstein war die allgemeine Kovarianz der mathematische Ausdruck für die Ausdehnung seiner Relativitätstheorie auf beliebig bewegte Bezugssysteme und somit für sein Relativitätsprinzip. Dies wird z.B. deutlich in seiner Gesamtdarstellung der endgültigen ART von 1916:

> „*Die allgemeinen Naturgesetze sind durch Gleichungen auszudrücken, die für alle Koordinatensysteme gelten, d.h. die beliebigen Substitutionen gegenüber kovariant (allgemein kovariant) sind.*
> Es ist klar, daß eine Physik, welche diesem Postulat genügt, dem allgemeinen Relativitätspostulat gerecht wird.“[253]

Einer der ersten Einwände gegen Einsteins Gleichsetzung von allgemeiner Kovarianz und allgemeinem Relativitätsprinzip kam von Erich Kretschmann.[254] Sein Einwand lautete, dass es möglich sei, alle möglichen Gesetze so zu modifizieren, dass sie eine allgemein kovariante Form annehmen. Demnach lassen sich auch die Gesetze der Newtonschen Theorie, obwohl sie das Relativitätsprinzip verletzen, mit Hilfe der Standardmethoden der Differenzialgeometrie allgemein kovariant formulieren. Die allgemeine Kovarianz stellt somit eher eine Herausforderung an

[250] Einstein an Sommerfeld vom 13.7.1921. Aus *Albert Einstein - Arnold Sommerfeld, Briefwechsel*, hrsg. von Armin Hermann, Basel/Stuttgart, 1968.
[251] Diskussion am 4.6.1922 zwischen Einstein und dem Philosophen und Mach-Gegner Emile Meyerson, in *Bulletin de la Socit francaise de Philosophie, Vol. 17*, 1922, S. 91.
[252] Einstein an Weiner vom 18.9.1930.
[253] [Einstein 1916a]
[254] Siehe [Kretschmann 1917].

unsere mathematischen Fähigkeiten dar und ist nicht geeignet, etwas Physikalisches wie das Relativitätsprinzip auszudrücken. Diese Einschätzung ist allgemein akzeptiert.Kretschmann war sich aber mit Einstein darüber einig, dass der physikalische Inhalt einer Raum-Zeit-Theorie durch die Raum-Zeit-Koinzidenzen erschöpft wird, woraus für beide Physiker die allgemeine Kovarianz der Theorie folgte.
In seiner Reaktion auf Kretschmanns Artikel formulierte Einstein zur Klarstellung die drei Prinzipien, auf denen seine Theorie basiert:[255] a) Das Relativitätsprinzip, b) das Äquivalenzprinzip und c) das Machsche Prinzip[256]. Einstein Relativitätsprinzip lautet hier:

> „Die Naturgesetze sind nur Aussagen über zeiträumliche Koinzidenzen; sie finden deshalb ihren einzig natürlichen Ausdruck in allgemein kovarianten Gleichungen."[257]

Einstein erkannte zwar Kretschmanns Einwand als richtig an, dass man jedes empirische Gesetz in eine allgemein kovariante Form bringen können muss. Gleichzeitig betonte er aber die heuristische Kraft des Prinzips a) und plädierte für eine Bevorzugung desjenigen theoretischen Systems, das vom Standpunkt des absoluten Differenzialkalküls das einfachere und durchsichtigere ist. Eine vierdimensionale kovariante Formulierung der Newtonschen Mechanik, die dem Relativitätsprinzip gehorchen soll, hielt Einstein für unpraktisch.[258]
An Einsteins Bemerkungen zum Machschen Prinzip kann man erkennen, dass er zu dieser Zeit seine Erfüllung immer noch als notwendig empfindet. Dennoch hatte Einstein aber bereits Zweifel, ob das Machsche Prinzip tatsächlich durch die ART realisiert werden könnte.

### 4.2.3 Einstein verliert das Vertrauen ins Machsche Prinzip

Nachdem de Sitter seine materiefreie Lösung der Einsteinschen Feldgleichungen präsentiert hatte und Einstein vergeblich versucht hatte, dessen Argumente zu entkräften, verlor er allmählich das Vertrauen in das Machsche Prinzip; zumindest endete damit sein Bemühen, dieses in der ART zu implementieren. Er kam zu der Überzeugung, dass die Allgemeine Relativität nicht dafür garantiert, dass das metrische Feld allein durch den Materietensor bestimmt wird, sondern dass sich beide lediglich in einem dynamischen Wechselspiel befinden. So sagte Einstein beispielsweise in einer Vorlesung über „Äther und Relativitätstheorie" aus dem Jahre 1920,[259] dass die metrischen Eigenschaften *teilweise* durch die außerhalb der betrachteten Region existierenden Massen bestimmt sind. Dennoch

[255] Siehe [Einstein 1918a].
[256] Zum Wortlaut des Machschen Prinzips siehe Abschnitt 4.1.2.
[257] Siehe [Einstein 1918a].
[258] ibid.
[259] Siehe [Einstein 1920], S. 18.

blieb Einstein zunächst dabei, Machsche Ideen über Trägheit zu diskutieren, da sie auf ihn auch noch lange nach 1918 eine enorme Faszination ausübten. In seinem Buch *The Meaning of Relativity*[260] von 1921 wiederholte Einstein die drei Konsequenzen der Theorie, die er schon in den Briefen an Mach und Lorentz Mitte 1913 zum Ausdruck gebracht hatte.[261]
Danach diskutierte er noch einmal sein geschlossenes Universum und betonte das Fehlen von Randbedingungen. Dieses ist nun interessanterweise für Einstein hinreichend für die Verwirklichung des Machschen Prinzips. Er verlangte nicht mehr, wie drei Jahre zuvor, dass die Thoerie masselose Universen generell ausschließen sollte; es war ihm in diesem Stadium nur noch wichtig, dass unsere aktuelle Welt durch ein Modell beschrieben werden kann, das mit dem Machschen Prinzip verträglich ist. Einstein vertrat somit die einfache und sehr fragwürdige Argumentation: Durch Wahl von bestimmten Randbedingungen wird das Machsche Prinzip verletzt - wenn man diese eliminiert, ist folglich das Machsche Prinzip erfüllt. Damit beseitigte Einstein allerdings auch die Möglichkeit, das Machsche Prinzip in irgendeiner Weise mathematisch auszudrücken. Ob das für die ART überhaupt möglich ist, ist nach Ansicht von Carl Hoefer nicht gesichert.[262]
Außer diesen von der Kosmologie her resultierenden Problemen entsprang Einsteins Skepsis einem wachsenden Glauben an eine einheitliche Feldtheorie, nach der die Masse nicht mehr als die Ursache, sondern als eine bestimmte Konfiguration der Felder angesehen wurde, d.h. er wollte die Eigenschaften der Masse aus der Raum-Zeit-Geometrie herleiten und damit einen umgekehrten Weg gehen.
Einsteins Einstellung zum Machschen Prinzip entwickelte sich vom anfänglichen Enthusiasmus bis hin zur völligen Ablehnung gegen Ende seines Lebens. Im Jahre 1954 schickte Einstein an Felix Pirani eine detaillierte Abhandlung über das Machsche Prinzip[263] als Antwort auf ein von Pirani verfasstes Manuskript.[264] Einstein schrieb darin:

> „In my opinion we ought not to speak about the Machian Principle any more. It proceeds from the time in which one thought that the „ponderable bodies“were the only physical reality and that all elements that could not be fully determined by them ought to be avoided in the theory. I am well aware that for a long time I too was influenced by this fixed idea.“[265]

Einsteins Mitstreiter Besso blieb hingegen der Machschen Idee sein ganzes Leben lang treu verbunden. Als Einstein bereits im Frühjahr 1917 bewusst wurde, dass die Machschen Ideen, wenn sie auch zur Zerstörung der alten Theorie führten,

---

[260] [Einstein 1921]
[261] Siehe Abschnitt 2.3.2.
[262] Mehr dazu in [Hoefer 1995].
[263] Einstein an Pirani vom 2.2.1954, Princeton Einstein Archive, Microfilm Reel 17.
[264] „On Mach's Principle and preferred directions in General Relativity“.
[265] Einstein an Pirani vom 2.2.1954, Princeton Einstein Archive, Microfilm Reel 17.

nicht in der Lage waren, eine neue vollkommene Theorie zu schaffen, kommentierte er ein Manuskript, das er von Friedrich Adler erhalten hatte, mit den Worten:

> „Er reitet den Machschen Klepper bis zur Erschöpfung.“[266]

Besso erwiderte daraufhin in der Rolle des Mach-Verteidigers:

> „Was das Machsche Rösslein betrifft, so wollen wir es nicht verschimpfen; hat es nicht die Höllenfahrt durch die Relativität betreut? Und wer weiss, ob es nicht auch noch bei den bösen Quanten den Reiter Don Quixote de la Einsta durchträgt!“[267]

Einsteins Reaktion:

> „Über das Machsche Rösslein schimpf ich nicht; Du weisst doch, wie ich darüber denke. Aber es kann nichts Lebendiges gebären, sondern nur schädliches Gewürm ausrotten.“[268]

Hierin kommt sicherlich Einsteins Enttäuschung darüber zum Ausdruck, dass er zu dieser Zeit bereits spürte, noch weit von der Aufstellung eines befriedigenden kosmologischen Modells entfernt zu sein.
Der Machsche Einwand, dass die Zahl der sichtbaren Massen immer beschränkt bleiben wird, legt die Vermutung nahe, dass es auch in Zukunft nicht gelingen wird, nachzuweisen, ob gemäß des Machschen Prinzips die Raum-Zeit-Struktur restlos durch die Massen bestimmt wird, oder ob die Metrik zum großen Teil von einer Art absolutem Raum abhängt. Somit wird das Machsche Prinzip eine Herausforderung für die Physiker bleiben und immer wieder eine große Rolle bei dem Versuch spielen, das Universum zu erklären.
Die großen Leistungen auf dem Gebiet der Allgemeinen Relativitätstheorie, von Mach, der sie anregte, über Einstein, der sie entwickelte bis hin zu Forschern wie Thirring und anderen, die sie mit ihren Ergebnissen untermauerten, werden dadurch nicht geschmälert, sondern behalten auch in der zukünftigen Diskussion über die Welt ihre Aktualität.

[266] Einstein an Besso vom 29.4.1917.
[267] Besso an Einstein vom 5.5.1917.
[268] Einstein an Besso vom 13.5.1917.

# Zusammenfassung

Das Problem der Rotationsbewegung hatte, wie wir gesehen haben, eine enorme Bedeutung für die Entwicklung der Allgemeinen Relativitätstheorie.
Zunächst diente es Mach, Einstein und auch anderen als Anregung für die Aufstellung einer neuen Mechanik, in der Trägheitsbewegungen relativ, also in Bezug auf andere Massen aufgefasst werden. Des Weiteren war es die rotierende Bewegung, die Einstein auf den entscheidenden Gedanken brachte, dass für die Aufstellung einer allgemein invarianten Theorie gekrümmte Koordinaten notwendig sind. Dass Einstein dieser Gedanke lange fehlte, trug stark dazu bei, dass er etwa acht Jahre für die Entwicklung der ART benötigte. Außerdem war es immer wieder die Rotationsbewegung, anhand derer Einstein seine Theorie überprüfte, sie daraufhin als befriedigend ansah oder an ihr zweifelte.
Hans Thirring gab schließlich von Seiten der Theoretiker die Bestätigung dafür, dass die Relativität der Rotation in der ART erfüllt ist, in dem Sinne, dass in der Tat Zentrifugal- und Corioliskräfte an einer kleinen Masse auftreten, die sich im Feld einer großen rotierenden Masse befindet und somit in dem Newtonschen Wassereimer diese Trägheitskräfte durch einen rotierenden Fixsternhimmel induziert werden könnten. Der Thirring-Lense-Effekt ist schon lange unter den Physikern anerkannt, obwohl lange Zeit eindeutige experimentelle Bestätigungen fehlten.
Dieser zweifellos große Erfolg für seine Theorie hielt Einstein nicht davon ab, mehr zu fordern als das, was höchstwahrscheinlich Ernst Mach im Kopf hatte, als er die Newtonsche Mechanik kritisierte. Einstein forderte von seiner Theorie, aus ihr solle hervorgehen, dass die gesamte *Trägheit* eines Körpers, und damit dessen träge Masse sowie dessen Trägheitsbewegungen, allein durch die übrigen im Weltall vorhandenen Massen verursacht wird. Mit dieser Forderung begab sich Einstein allerdings auf gefährliches Terrain, da er nun an Stelle von lokalen Untersuchungen das Universum als ganzes betrachten musste und auf das Problem der Randbedingungen im Unendlichen stieß. Angeregt zu diesen Überlegungen wurde er dabei durch de Sitter, der das Problem der Rotation und den Ursprung der Trägheit anhand der ART untersucht hatte. Als de Sitter schließlich eine masselose Welt als Lösung von Einsteins erweiterter Theorie fand, schwand die Begeisterung Einsteins für das Machsche Prinzip langsam aber sicher, obwohl er noch einige Zeit versuchte, Ungereimtheiten bei de Sitter zu entdecken, um das Machsche Prinzip zu retten.
Wenn auch Ernst Mach vermutlich ein großer Befürworter der Allgemeinen Relativitätstheorie gewesen wäre, falls ihm ein längeres Leben und sein Gesundheitszustand das Eindringen in die Theorie ermöglicht hätten, so hätte er jedoch höchstwahrscheinlich große Bedenken gegen das von Einstein formulierte Machsche Prinzip, da beim Versuch, diesem gerecht zu werden, Annahmen über das durch Beobachtungen nicht Erfahrbare gemacht werden müssen.
Wenn das Machsche Prinzip auch zwischenzeitlich verblasste, so erwachte es

dennoch immer wieder zu neuem Leben und wurde, wie wir gesehen haben, zu einem wichtigen Forschungsgebiet in der Nachkriegszeit. Gerade in jüngster Zeit scheinen die experimentellen Tests für die Mitführungseffekte des Inertialsystems erfolgreich verlaufen und somit Thirrings Berechnungen in glänzender Weise bestätigt worden zu sein. Der Ursprung der Trägheit gilt dennoch nach wie vor als das obskurste Thema in der Theorie der Teilchen und Felder. Auch heute kann man nicht sagen, ob das Machsche Prinzip richtig oder falsch ist, doch gerade wegen der Schwierigkeiten bei seiner Verifizierung wird es wohl noch lange Zeit Impulse auf dem Gebiet der Kosmologie liefern können.
Konnte die Rotationsbewegung nach Aufstellung der ART ihren absoluten Charakter zwar nicht komplett abstreifen, so hat sie dennoch viel davon eingebüßt. Entscheidend ist aber, dass sie den Weg ebnete zu einer der revolutionärsten Theorien in der Physik.

# Abbildungsverzeichnis

# Literatur


[Barbour 1977] Barbour, Julian B., Bertotti, Bruno, (1977), „Gravity and Inertia in a Machian Framework“, in *Il Nuovo Cimento* **B 38**, S. 1-27

[Barbour 1995] Barbour, Julian B., (1995), „Mach before Mach“, in *[Einstein Studies* **6***]*, S. 6-8

[Barbour 1995] Barbour, Julian B., (1995), „General Relativity as a Perfectly Machian Theory“, in *[Einstein Studies* **6***]*, S. 214-236

[Barbour 1988] Barbour, Julian B., (1988), „Einstein and Mach's Principle“, in *[Einstein Studies* **3***]*, S. 125-153

[Bass/Pirani 1955] Bass, L.; Pirani, Felif A.E., (1955), „On the Gravitationel Effects of Distant Rotating Masses“, in *Philosophical Magazine* **46**, S. 850-856

[Berkeley 1938] Berkeley, Georg, (1710), „A Treatise concerning the principles of human knowledge“, in *A new theory of vision and other writings*, London, Dent, 1938

[Berkeley 1957] Berkeley, George, (1721), „De motu“, in *The Works*, 9 Bde., Hrsg.: A.A. Luce und T.E. Jessap, London, 1957

[Berry 1990] Berry, Max, (1990), *Kosmologie und Gravitation*, Stuttgart, Teubner

[Bicăk/Ledvinka 1993] Bicăk, Jiri; Ledvinka, Tomas, (1993), „Relativistic Disks as Sources of the Kerr Metric“, in *Physical Review Letters* **71**, S. 1669-1672

[Boltzmann 1904] Boltzmann, Ludwig, (1904), *Vorlesungen über die Principe der Mechanik, II*, Leipzig, J.A. Barth

[Born 1909] Born, Max, (1909), „Die Theorie des starren Elektrons in der Kinematik des Relativitäts-Prinzips“, in *Annalen der Physik* **30**, 1, 1909

[Borzeszk. 1995] Borzeszkowski, Horst-Heino von; Wahsner, Renate, (1995), „Mach's Criticism of Newton and Einstein's Reading of Mach: The Stimulating Role of Two Misunderstandings“, in *[Einstein Studies* **6***]*, S. 58-66

[Braginsky (1984)] Braginsky, Vladimir B.; Polnarev, Alexander G.; Thorne, Kip S., (1984), „Foucault Pendulum at the South Pole: Proposal for an Experiment to Detect the Earth's General Relativistic Gravitomagnetic Field", in *Physical Review Letters* **53**, S. 863-866

[Brans 1962] Brans, Carl H., (1962), „Mach's Principle and the Locally Measured Gravitational Constant in General Relativity", in *Physical Review* **125**, S. 388-396

[Braun 1987] Braun, Karl-Heinz, (1987), *Ist die Zentrifugalkraft gravitativen Ursprungs?*, Dissertation der Fakultät für Physik der Eberhard-Karls-Universität zu Tübingen

[Brill 1995] Brill, Dieter R., (1995), „Comments on Dragging Effects: Response to Pfister", in *[Einstein Studies* **6***]*, S. 332-338

[Brill/Cohen] Brill, Dieter R.,Cohen, Jeffreo M., (1966), „Rotating Massen and their Effect on Inertial Frames", in *Physical Review* **143**, S. 1011-1015

[Ciufolini 1995] Ciufolini, Ignazio, (1995), „Dragging of Inertial Frames, Gravitomagnetism, and Mach's Principle", in *[Einstein Studies* **6***]*, S. 386-402

[Cohen/Brill 1966] Cohen, Jeffreo M.; Brill, Dieter, R., (1968), „Further Examples of 'Machian' Effects of Rotating Bodies in General Relativity", in *Nuovo Cimento* **56B**, S. 209-219

[Coll.Pap 2] John Stachel; David C. Cassidy; Jürgen Renn; Robert Schulmann; ed: *The Collected Papers of Albert Einstein, Vol.2: The Swiss Years: Writings, 1900-1909*, Boston, Princeton University Press, 1989

[Coll.Pap 3] John Stachel; David C. Cassidy; Jürgen Renn; Robert Schulmann; ed: *The Collected Papers of Albert Einstein, Vol.3: The Swiss Years: Writings, 1909-1911*, Boston, Princeton University Press, 1993

[Coll.Pap 4] Martin J. Klein; A.J. Kox; Jürgen Renn; Robert Schulmann; ed: *The Collected Papers of Albert Einstein, Vol.4: The Swiss Years: Writings, 1912-1914*, Boston, Princeton University Press, 1995

[Coll.Pap 5] Martin J. Klein; A.J. Kox; Robert Schulmann; ed: *The Collected Papers of Albert Einstein, Vol.5: The Swiss*

*Years: Correspondence, 1902-1914*, Boston, Princeton University Press, 1993

[Coll.Pap 6] A.J. Kox; Martin J. Klein; Robert Schulmann; ed: *The Collected Papers of Albert Einstein, Vol.6: The Berlin Years: Writings, 1914-1917*, Boston, Princeton University Press, 1996

[Coll.Pap 8] Robert Schulmann; A.J. Kox; Michel Janssen; Jzsef Illy; ed: *The Collected Papers of Albert Einstein, Vol.8: The Berlin Years: Correspondence, part A: 1914-1917, part B: 1918*, Boston, Princeton University Press, 1998

[Eddington 1925] Eddington, Arthur, (1925), *Relativitätstheorie in mathematischer Behandlung*, aus der Reihe *Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften*, Band XVIII, Berlin, Springer

[Ehrenfest 1909] Ehrenfest, Paul, (1909), „Gleichförmige Rotation starrer Körper und Relativitätstheorie“, in *Physikalische Zeitschrift* **9**, S. 918

[Einstein 1907] Einstein, Albert, (1907), „Über das Relativitätsprinzip und die aus demselben gezogenen Folgerungen“, in *Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik* **4**, S. 411-462

[Einstein 1905] Einstein, Albert, (1905), „Ist die Trägheit eines Körpers von seinem Energieinhalt abhängig?“, in Lorentz, Einstein, Minkowski: *Das Relativitätsprinzip*, Darmstadt, Wissenschaftliche Buchgesellschaft, 1982, S. 72-80

[Einstein 1911a] Einstein, Albert, (1911) „Zum Ehrenfestschen Paradoxon. Bemerkungen zu V. Varicaks Aufsatz“, in *Physikalische Zeitschrift* **12**, S. 509-510

[Einstein 1911b] Einstein, Albert, (1911), „Über den Einfluss der Schwerkraft auf die Ausbreitung des Lichtes“, in *Annalen der Physik* **35**, S. 898-908

[Einstein 1912a] Einstein, Albert, (1912), „Lichtgeschwindigkeit und Statik des Gravitationsfeldes“, in *Annalen der Physik* **38**, S. 443-458

[Einstein 1912b] Einstein, Albert, (1912), „Zur Theorie des statischen Gravitationsfeldes“, in *Annalen der Physik* **38**, S.443-458

[Einstein 1912c] Einstein, Albert, (1912), „Gibt es eine Gravitationswirkung, die der elektrodynamischen Induktionswirkung analog ist?“, in *Vierteljahresschrift für gerichtliche Medizin und öffentliches Sanitätswesen* **44**, S. 37-44

[Einstein 1912c] Einstein, Albert, (1912), „Research Notes on a Generalized Theory of Relativity“ (with Editorial Note), in *[Coll.Pap* **4***]*, S. 201-273

[Einstein 1913b] Einstein, Albert, (1913), „Gravitationstheorie“, in *Schweizerische Naturforschende Gesellschaft. Verhandlungen* **96***, part 2*, 1913, S. 137-138

[Einstein 1913c] Einstein, Albert, (1913), „Physikalische Grundlagen einer Gravitationstheorie“, in *Naturforschende Gesellschaft in Zürich. Vierteljahresschrift* **58**, 1914, S. 284-290

[Einstein 1913d] Einstein, Albert, (1913), „Zum gegenwärtigen Stande des Gravitationsproblems“ (Vortrag und anschließende Diskussion), in *Physikalische Zeitschrift* **14**, 1913, S. 1249-1262

[Einstein 1914a] Einstein, Albert, (1914), „Prinzipielles zur verallgemeinerten Relativitätstheorie und Gravitationstheorie“, in *Physikalische Zeitschrift* **15**, 1914, S. 176-180

[Einstein 1914b] Einstein, Albert, (1914), „Bemerkungen“ (zu Einstein 1913a), in *Zeitschrift für Mathematik und Physik* **62**, 1914, S. 260-261

[Einstein 1914c] Einstein, Albert, (1914), „Zur Theorie der Gravitation“, in *Naturforschende Gesellschaft in Zürich. Vierteljahresschrift* **59***. Part 2, Sitzungsberichte*, 1914, S. 4-6

[Einstein 1914d] Einstein, Albert, (1914), „Zum Relativitäts-Problem“, in *Scientia* **15**, 1914, S. 337-348

[Einstein 1914e] Einstein, Albert, (1914), „Die formale Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie“, in *Preußische Akademie der Wissenschaften Berlin, Sitzungsberichte*, 1914, S. 1030-1085

[Einstein 1915a] Einstein, Albert, (1915), „Zur allgemeinen Relativitätstheorie“, in *Sitzungsberichte der Königlichen Preußischen Akademie der Wissenschaften (Berlin)*, 1915, S. 778-786

[Einstein 1915b] Einstein, Albert, (1915), „Zur allgemeinen Relativitätstheorie“ (Nachtrag), in *Sitzungsberichte der Königlichen Preußischen Akademie der Wissenschaften (Berlin)*, 1915, S. 799-801

[Einstein 1915c] Einstein, Albert, (1915), „Erklärung der Perihelbewegung des Merkur aus der allgemeinen Relativitätstheorie“, in *Sitzungsberichte der Königlich Preußische Akademie der Wissenschaften (Berlin)*, 1915, S. 831-839

[Einstein 1915d] Einstein, Albert, (1915), „Die Feldgleichungen der Gravitation“, in *Sitzungsberichte der Königlichen Preußischen Akademie der Wissenschaften (Berlin)*, 1915, S. 844-847

[Einstein 1916a] Einstein, Albert, (1916), „Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie“, in *Annalen der Physik* **49**, S. 769-822

[Einstein 1916b] Einstein, Albert, (1916), „Ernst Mach“, in *Physikalische Zeitschrift* **17**, S. 101-104

[Einstein 1916c] Einstein, Albert, (1916), „Über Friedrich Kottlers Abhandlung „Über Einsteins Äquivalenzhypothese und die Gravitation“ “, in *Annalen der Physik* **51**, 1916, S. 639-642

[Einstein 1917] Einstein, Albert, (1917), „Kosmologische Betrachtungen zur Allgemeinen Relativitätstheorie“, in Lorentz et alt.: *Das Relativitätsprinzip*, Darmstadt, Wissenschaftliche Buchgesellschaft, 1982, S. 130-146

[Einstein 1918a] Einstein, Albert, (1918), „Prinzipielles zur Allgemeinen Relativitätstheorie“, S. 241-244 in *Annalen der Physik* **55**, 1918

[Einstein 1918b] Einstein, Albert, (1918), „Dialog über Einwände gegen die Relativitätstheorie“, in *Die Naturwissenschaften* **6**, S. 697-702

[Einstein 1920] Einstein, Albert, (1920), *Äther und Relativitätstheorie*, Berlin, Springer

[Einstein 1921] Einstein, Albert, (1921), *The Meaning of Relativity (The Stafford Little Lectures of Princeton University May 1921)*, 5th ed., Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1988

[Einstein 1949] Einstein, Albert, (1949), „Autobiographical Notes“, in *Albert Einstein, Philosopher-Scientist*, Paul A. Schilpp, ed. Evanston, Illinois, Library of Living Philosophers

[Einstein/Besso 1913] Einstein, Albert; Besso, M., (1913), „Manuscript on the Motion of the Perihelion of Mercury“ (with Editorial Note), in *[Coll.Pap* **4***]*, S. 344-473

[Einstein/Grossmann 1913] Einstein, Albert; Grossmann, Marcel, (1913), *Entwurf einer verallgemeinerten Relativitätstheorie und einer Theorie der Gravitation*, Leipzig, Teubner

[Einstein/Grossmann 1914] Einstein, Albert; Grossmann, Marcel, (1914), „Kovarianzeigenschaften der Feldgleichungen der auf die verallgemeinerte Relativitätstheorie gegründeten Gravitationstheorie“, in *Zeitschrift für Mathematik und Physik* **63**, S. 215-225

[Einst. Studies 1] Don Howard; John Stachel; ed: *Einstein Studies, Vol 1: Einstein and the History of General Relativity*, Boston, Birkhäuser, (1989)

[Einst. Studies 3] Jean Eisenstaedt; A.J. Kox; ed: *Einstein Studies, Vol 3: Studies in the History of General Relativity*, Boston, Birkhäuser, (1992)

[Einst. Studies 5] John Earman; Michel Janssen; John D. Norton; ed: *Einstein Studies, Vol 5: The Attraction of Gravitation*, Boston, Birkhäuser, (1993)

[Einst. Studies 6] John B. Barbour; Herbert Pfister; ed: *Einstein Studies, Vol 6: Mach's Principle. From Newton's Bucket to Quantum Gravity*, Boston, Birkhäuser, (1995)

[Einst. Studies 7] Hubert Goenner; Jürgen Renn; Jim Ritter; Tilman Sauer; ed: *Einstein Studies, Vol 7: The Expanding Worlds of General Relativity*, Boston, Birkhäuser, (1999)

[Ellis 1989] Ellis, George F.R., (1989), „The Expanding Universe: A History of Cosmology from 1917 to 1960“, in *[Einstein Studies* **1***]*, S. 367-432

[Embacher 1983] Embacher, Franz, (1983), „Rotating Hollow Cylinders: General Solution and Machian Effects“, in *Journal of Mathematical Physics* **24**, S. 1182-1186

[Eötvös 1953] Eötvös, Roland, (1953), *Gesammelte Arbeiten*, P. Selenyi, ed. Budapest, Akadmiai Kiad

[Fliessbach 1995] Fliessbach, Thorsten, (1995), *Allgemeine Relativitätstheorie*, 2. Auflage, Heidelberg, Spektrum Akad. Verlag

[Fölsing 1995] Fölsing, Albrecht, (1995), *Albert Einstein*, Frankfurt/Main, Suhrkamp

[Föppl 1904a] Föppl, August, (1904), „Über einen Kreiselversuch zur Messung der Umdrehungsgeschwindigkeit der Erde", in *Akademie der Wissenschaften, München, Mathematisch-Wissenschaftliche Klasse, Sitzungsberichte*, 6.2.1904, S. 5-28

[Föppl 1904b] Föppl, August, (1904), „Über absolute und relative Bewegung", in *Akademie der Wissenschaften, München, Mathematisch-Wissenschaftliche Klasse, Sitzungsberichte*, 5.11.1904, S. 383-395

[Frank 1912] Frank, Michael, (1912), „Bemerkung betreffs der Lichtausbreitung in Kraftfeldern", in *Physikalische Zeitschrift,* **13**, S. 544-545

[Frauendiener 1995] Frauendiener, Jörg, (1995), „On the Interpretation of Dragging Effects in Rotating Mass Shells", in *[Einstein Studies* **6***]*, S. 353-363

[Frehland 1972] Frehland, Eckart, (1972), „Exact Gravitational Field of the Infinitely Long Rotating Hollow Cylinder", in *Communications of Mathematical Physics* **26**, S. 307-320

[Friedländer 1896] Friedländer, Benedict u. Immanuel, (1896), *Absolute oder relative Bewegung?*, Berlin, Leonhard Simion

[Gillispie 1972] Gillispie, C.C., (Hrsg.), (1972), *Dictionary of Scientific Biography*, Charles Scribner's Sons, New York

[Havas 1999] Havas, Peter, (1999), „Einstein, Relativity and Gravitation Research in Vienna before 1938", in *[Einstein Studies* **7***]*, S. 161-206

[Hentschel 1990] Hentschel, Klaus, (1990), *Interpretationen und Fehlinterpretationen der speziellen und der allgemeinen Relativitätstheorie durch Zeitgenossen Albert Einsteins*, Science Network, Vol. 6, Basel, Birkhäuser

[Hentschel/Blackm. 1985] Hentschel, Klaus; Blackmore, John; (Hrsg.), (1985), *Ernst Mach als Außenseiter - Machs Briefwechsel über Philosophie und Relativitätstheorie mit Persönlichkeiten seiner Zeit*, Wien, Braumüller

[Hoefer 1995] Hoefer, C., (1995), „Einstein's Formulation of Mach's Principle", in *[Einstein Studies* **6***]*, S. 67-90

[Hönl/Maue 1956] Hönl, Helmut, Maue, August W., (1956), „Über das Gravitationsfeld rotierender Massen", in *Zeitschrift für Physik* **144**, S. 152-167

[Hönl/Soergel 1961] Hönl, Helmut, Soergel-Fabricius, Charlotte, (1961), „Coriolis-Kräfte im Einstein-Kosmos und das Machsche Prinzip", in *Zeitschrift für Physik* **163**, S. 571-581

[Hofmann 1904] Hofmann, Wenzel, (1904), *Kritische Beleuchtung der beiden Grundbegriffe der Mechanik: Bewegung und Trägheit und daraus gezogene Folgerungen betreffs der Achsendrehung der Erde und des Foucault'schen Pendelversuchs*,Wien und Leipzig, M. Kuppitsch

[Holten 1973] Holton, Gerald, (1973), „Mach, Einstein and the search for reality", in G.Holton:*Thematic Origins of Scientific Thought: Kepler to Einstein*, Cambridge (Massachusetts), Harvard University Press, S. 219-259

[Illy 1987] Illy, Jozsef, (1987) „Einstein Teaches Lorentz, Lorentz Teaches Einstein. Their Collaboration in General Relativity 1913-1920", in *Archive for History of Exact Sciences* **39**, 1989, S. 247-289

[Illy 1992] Illy, Jozsef, (1992), „The Correspondence of Albert Einstein and Gustav Mie, 1917-1918", in *[Einstein Studies* **3***]*, S. 244-295

[Isenberg 1995] Isenberg, James, (1995), „Wheeler-Einstein-Mach--Spacetimes", in *[Einstein Studies* **6***]*, S. 188-207

[Jammer 1993] Jammer, Michel, (1993), *Concepts of Space*, 3rd ed., New York, Dover

[Janssen 1999] Janssen, Michel, (1999), „Rotation as the Nemesis of Einstein's Entwurf-Theorie", in *[Einstein Studies* **7***]*, S. 127-157

[Karas/Lanza 1995] Karas, Vladimir, Lanza, Antonio, (1995), „On the Dragging Effects and the Theory of Active Galactic Nuclei", in *[Einstein Studies* **6***]*

[Kerszberg 1986] Kerszberg, Pierre, (1986), „The Einstein-De Sitter Controversy of 1916-1917 and the Rise of Relativistic Cosmology", in *[Einstein Studies* **1***]*, S. 325-365

[Kerszberg 1987] Kerszberg, Pierre, (1987), „The Relativity of Rotation in the Early Foundations of General Relativity", in *Studies in History and Philosophie of Science* **18**, S. 53-79

[Kerszberg 1989] Kerszberg, Pierre, (1989), *The invented universe: The Einstein-de Sitter controversy (1916-17) and the rise of relativistic cosmology*, Oxford, Clarendon Press

[King 1995] King, Harry, (1995), „A Closed Universe Cannot Rotate", in *[Einstein Studies* **6***]*, S. 237-248

[Kohl 2000] Kohl, Gunter, (2000), *Relativität in der Schwebe: Die Rolle von Gustav Mie*, Unveröffentlichte Staatsexamensarbeit an der Johannes Gutenberg-Universität Mainz

[Kopff 1921a] Kopff, August, (1921), „Das Rotationsproblem in der Relativitätstheorie", in *Die Naturwissenschaften* **1**, S. 9-15

[Kopff 1921b] Kopff, August, (1921), „Bemerkungen zur Rotationsbewegung im Gravitaionsfeld der Sterne", in *Physikalische Zeitschrift* **22**, 1921, S. 24 & S. 279-280

[Kopff 1921c] Kopff, August, (1921), „Über den Einfluß von Sonne und Mond auf das Zentrifugalfeld der Erde nach der Einsteinschen Gravitationstheorie", in *Physikalische Zeitschrift* **22**, 1921, S. 309-310

[Kopff 1923] Kopff, August, (1923), *Grundzüge der Einsteinschen Relativitätstheorie*, (Vorlesungen vom WS 1919/20 und SS 1920 an der Uni Heidelberg), Leipzig, Hirzel

[Kox 1988] Kox, A.J., (1988), „Hendrik Antoon Lorentz, the Ether, and the General Theory of Relativity", in *[Einstein Studies* **1***]*, S. 201-212

[Koyre 1957] Koyre, A., (1957), *From the Closed World to the Infinite Universe*, Baltimore, The Johns Hopkins University Press

[Kretschmann 1917] Kretschmann, Erich, (1917), „Über den physikalischen Sinn der Relativitätspostulate, A. Einsteins neue und seine ursprüngliche Relativitätstheorie“, in *Annalen der Physik* **53**, S. 575-614

[Lanczos 1923] Lanczos, Kornel, (1923), „Zum Rotationsproblem der allgemeinen Relativitätstheorie“, in *Zeitschrift für Physik* **14**, S. 204-219

[Lange 85] Lange, Ludwig, (1885), „Über das Beharrungsgesetz“, in *Königlich Sächsische Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig. Mathematisch-physische Klasse. Berichte über die Verhandlungen* **37**, S. 333-351

[Laue 1923] Laue, Max von, (1923), *Die Relativitätstheorie*, Zweiter Band: Die allgemeine Relativitätstheorie und Einsteins Lehre von der Schwerkraft, Braunschweig, Vieweg

[Leibniz 1717] Leibniz, Gottfried-Wilhelm, (1717), in *A Collection of Papers which passed between the late learned Mr. Leibnitz and Dr. Clarke*, London

[Leibniz 1966] Leibniz, Gottfried-Wilhelm, (1966), „Hauptschriften zur Grundlegung der Philosophie“, Hrsg.: E. Cassirer, 2 Bde., Hamburg, 3.Aufl.

[Liebscher 1994] Liebscher, D.-E., (1994), *Kosmologie*, Leipzig, Barth-Verlag

[Lynden-Bell 1995] Lynden-Bell, Donald, (1995), „A Relative Newtonian Mechanics“, in *[Einstein Studies* **6***]*, S. 172-178

[Mach 1921] Mach, Ernst, (1921), *Die Prinzipien der Physikalischen Optik*, Leipzig, J.A. Barth

[Mach 1963] Mach, Ernst, (1963), *Die Mechanik. Historisch-Kritisch Dargestellt*, Nachdruck der 9. Auflage, Leipzig 1933, Darmstadt, Wissenschaftliche Buchgesellschaft

[Meinel/Kleinw. 1995] Meinel, Reinhard; Kleinwächter, Andreas, (1995), „Dragging Effects near a Rigidly Rotating Disk of Dust“, in *[Einstein Studies* **6***]*, S. 339-346

[Mie 1917] Mie, Gustav, (1917), „Die Einsteinsche Gravitationstheorie und das Problem der Materie“, in *Physikalische Zeitschrift* **18**, S. 596-602

[Neumann 1870] Neumann, Carl, (1870), „The principles of Galilean-Newtonian Theory“, in Beller, Mara (Hrsg.): *Einstein in context*, Sonderband in der Reihe *Science in context* **6**, 1993, S. 355-368

[Neumann 1904] Neumann, Carl, (1904), „Über die sogenannte absolute Bewegung“, in *Annalen der Physik, Boltzmann-Festschrift*, Leipzig, 1904, S. 252-259

[Newcomb 1882] Newcomb, S., (1882), *Astronomical Papers of the American Ephemeris* **1**, 1882, S. 472

[Newcomb 1910] Newcomb, S., (1910), „Mercury“, in *The Encyclopaedia Britannica*, 11th. ed., XVIII, (1910-1911), S. 155

[Newton 1687] Newton, Isaac, (1687), *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, London

[North 1965] North, John, (1965), *The measure of the universe*, New York, Dover Publications

[Norton 1984] Norton, John D., (1984), „How Einstein Found His Field Equations“, in *[Einstein Studies* **1***]*, S. 101-159

[Norton 1985] Norton, John D., (1985), „What was Einstein's Principle of Equivalence?“, in *[Einstein Studies* **1***]*, S. 5-47

[Norton 1995] Norton, John D., (1995), „Mach's Principle before Einstein“, in *[Einstein Studies* **6***]*, S. 9-57

[Pfister 1995] Pfister, Herbert, (1995), „Dragging Effects Near Rotating Bodies and in Cosmological Models“, in *[Einstein Studies* **6***]*, S. 315-331

[Pfister/Braun 1985] Pfister, Herbert, Braun, Karlheinz, (1985), „Induction of Correct Centrifugal Force in an Rotating Mass Shell“, in *Classical and Quantum Gravity* **2**, S. 909-918

[Pais 1986] Pais, Abraham, (1986), *Raffiniert ist der Herrgott...: Albert Einstein; eine wissenschaftliche Biographie*, Braunschweig, Vieweg

[Poincaré 1905] Poincaré, Henri, (1905), *Science and Hypothesis*, London, Walter Scott Publ. Co., S. 75-78

[Pugh 1959] Pugh, George E., (1959), „Proposal for a Satellite Test of the Coriolis Prediction of General Relativity“, in *Research Memorandum No. 11, Weapons Systems Evaluation Group, The Pentagon, Washington DC (unpublished)*

[Reich 1994] Reich, Karin, (1994), *Die Entwicklung des Tensorkalküls*, Basel, Birkhäuser

[Reissner 1914] Reissner, H., (1914), „Über die Relativität der Beschleunigungen in der Mechanik“, in *Physikalische Zeitschrift* **15**, S. 371-375

[Reissner 1915] Reissner, H., (1915), „Über eine Möglichkeit, die Gravitation als unmittelbare Folge der Relativität der Trägheit abzuleiten“, *Physikalische Zeitschrift* **16**, S. 179-185

[Renn/Sauer 1999] Renn, Jürgen; Sauer, Tilman, (1999), „Heuristics and Mathematical Representation in Einstein's Search for a Gravitational Field Equation“, in *[Einstein Studies* **7***]*, S. 87-125

[Röhle 2000] Röhle, Stefan, (2000), *Mathematische Probleme in der Einstein-de Sitter Kontroverse*, Unveröffentlichte Staatsexamensarbeit an der Johannes Gutenberg-Universität Mainz

[Rowe 2000] Rowe, David E., (2000), „Einstein meets Hilbert“, in *Preprint-Reihe des Fachbereichs Mathematik an der Johannes-Gutenberg-Universität Mainz*, Nr.8

[DiSalle 1993] DiSalle, Robert, (1993), „Carl Gottfried Neumann“, in Beller, Mara (Hrsg.): *Einstein in context*, Sonderband in der Reihe *Science in context* **6**, S. 353-354

[Schiff 1960] Schiff, Leonard I., (1960), „Possible New Test of General Relativity Theory“, in *Physical Review Letters* **4**, S. 215-217

[Schlick 1915] Schlick, Moritz, (1915), „Die philosophische Bedeutung des Relativitätsprinzips“, in *Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik* **159**, S. 129-175

[Schlick 1917] Schlick, Moritz, (1917), *Raum und Zeit in der gegenwärtigen Physik. Zur Einführung in das Verständnis der allgemeinen Relativitätstheorie*, Berlin, Springer

[Schrödinger 1925] Schrödinger, Erwin, (1925), „Die Erfüllbarkeit der Relativitätsforderung in der klassischen Mechanik“, in *Annalen der Physik* **77**, 1925, S. 325-336

[Schwarzschild 1916a] Schwarzschild, Karl, (1916), „Über das Gravitationsfeld eines Massenpunktes nach der Einsteinschen Theorie“, in *Sitzungsberichte der Preußischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin*, 1916, S. 189-196

[Schwarzschild 1916b] Schwarzschild, Karl, (1916), „Über das Gravitationsfeld einer Kugel aus inkompressibler Flüssigkeit nach der Einsteinschen Theorie“, in *Sitzungsberichte der Preußischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin*, 1916, S. 424-434

[Sexl 1995] Sexl, R.U., Urbantke, Helmuth K., (1995), *Gravitation und Kosmologie*, 4. überarbeitete Auflage, Heidelberg, Spektrum Akademischer Verlag

[De Sitter 1916a] De Sitter, Willem, (1916), „On the relativity of rotation in Einstein's rheory“, in *Proceedings of the Royal Academy of Sciences Amsterdam* **19**, (1916-17), S. 527-532

[De Sitter 1916b] De Sitter, Willem, (1916), „On Einstein's theory of gravitation, and its astronomical consequences“, 2. paper, in *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **77**, (1916-1917), S. 155-184

[De Sitter 1917a] De Sitter, Willem, (1917), „On the relativity of inertia. Remarks concerning Einstein's latest hypothesis“, in *Proceedings of the Royal Academy of Sciences Amsterdam* **19**, (1916-17), S. 1217-1225

[De Sitter 1917b] De Sitter, Willem, (1917), „On Einstein's theory of gravitation, and its astronomical consequences“, 3. paper, in *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **78**, (1917-18), S. 3-28

[Soergel 1961] Soergel-Fabricius, Charlotte, (1961), „Über den Ursprung von Coriolis- und Zentrifugalkräften in stationären Räumen“, in *Zeitschrift für Physik* **161**, S. 392-403

[Sommerfeld 1909] Sommerfeld, Arnold, (1909), „Anmerkungen zu Minkowskis Raum und Zeit“, in *Das Relativitätsprinzip*, Darmstadt, Wissenschaftliche Buchgesellschaft, 1982, S. 130-139

[Stachel 1989a] Stachel, John, (1989), „The Rigidly Rotating Disk as the „Missing Link“ in the History of General Relativity“, in *[Einstein Studies* **1***]*, S. 48-62

[Stachel 1989b] Stachel, John, (1989), „Einstein's Search for General Covariance, 1912-1915“, in *[Einstein Studies* **1***]*, S. 63-100

[Thirring 1918a] Thirring, Hans, (1918), „Über die Wirkung rotierender ferner Massen in der Einsteinschen Gravitationstheorie“, in *Physikalische Zeitschrift* **19**, 1918, S. 33-39

[Thirring 1918b] Thirring, Hans, (1918), „Über den Einfluß der Eigenrotation der Zentralkörper auf die Bewegung der Planeten und Monde nach der Einsteinschen Gravitationstheorie“, in *Physikalische Zeitschrift* **19**, 1918, S. 156-163

[Thirring 1918c] Thirring, Hans, (1918), „Über die formale Analogie zwischen den elektromagnetischen Grundgleichungen und den Einsteinschen Gravitationsgleichungen erster Näherung“, in *Physikalische Zeitschrift* **19**, 1918, S. 204-205

[Thirring 1918d] Thirring, Hans, (1918), „Über die Relativität der Rotationsbewegung in der Einsteinschen Gravitationstheorie“, in *Vierteljahresberichte des Wiener Vereins zur Förderung des physikalischen und chemischen Unterrichts* **21**, S. 17-29

[Thirring 1921] Thirring, Hans, (1921), *Die Idee der Relativitätstheorie*, Berlin, Springer

[Thirring 1926] Thirring, Hans, (1926), „Neuere experimentelle Ergebnisse zur Relativitätstheorie“, in *Naturwissenschafte* **14**, S. 111-116

[Thirring 1966] Thirring, Hans, (1966), „Ernst Mach als Physiker“, in *Almanach der Österreichischen Akademie der Wissenschaften Wien* **116**, S. 361-372

[Torretti 1996] Torretti, Roberto, (1996), *Relativity and Geometry*, New York, Dover Publications, 1996, S. 130-185

[Weyl 1993] Weyl, Hermann, (1993), *Raum-Zeit-Materie. Vorlesungen über allgemeine Relativitätstheorie*, 8. Auflage, Berlin, Springer

[Will 1995] Will, Clifford M., (1995), „Testing Machian Effects in Laboratory and Space Experiments", in *[Einstein Studies* **6***]*, S. 365-385

[Wolters 1987] Wolters, Gereon, (1987), *Mach I, Mach II, Einstein und die Relativitätstheorie*, Berlin, de Gruyter

[Zimmel 1992] Zimmel, Brigitte, Kerber, G., (Hrsg.), (1992), *Hans Thirring. Ein Leben für Physik und Frieden*, Wien, Böhlau

# Personenverzeichnis